

並列数値シミュレーションの静的負荷分散法の拡張について

指導教官 市川 周一

学籍番号 931714 藤村 佳克

1. はじめに

市川ら [1] は並列 PDE 求解システム NSL の静的負荷分散問題を組合せ最適化問題として定式化し、分枝限定法を用いて実用的に最適解を求める方法を示した。しかしこの方法ではブロック数 m とプロセッサ数 n の間に $m \ll n$ の関係がある場合にしか適切な負荷分散ができない。この制限を緩和するため仮想プロセッサを採用する方式も提案された [2] が、性能が改善可能であることが示されただけで、具体的・実用的な解決法は未解決のままであった。

本研究では $m \geq n$ の場合について、静的負荷分散を一種の箱詰め問題としてモデル化し、分枝限定法を用いて最適解を求める方法を示す。実行時間内に最適解を求めることが困難となる大規模な問題のために、短時間で精度の良い近似解が求まる近似アルゴリズムも合わせて検討する。

2. 計算モデル

本研究では文献 [1] の計算手順 1 に基づいた計算モデルを扱う。計算領域は m 個の並列に処理されるブロックからなり、隣接するブロック間でデータの交換 (通信) が行われる。各ブロックの処理時間は計算時間と通信時間の和となり、各プロセッサの処理時間は担当するブロックの処理時間の和となる (同一プロセッサ内の通信時間は 0 とみなす)。全体の処理時間は各プロセッサの処理時間のうち最大のもので決まる。問題は m 個のブロックを n 個のプロセッサに割り当てる方法 (n^m 通り) の中から、全体の処理時間を最小にする割り当てを探し出すことである。

3. 近似アルゴリズム

本研究では、分枝限定法を用いてこの最適化問題の探索空間を制限し、最適解を求める。分枝限定法を実用的に使うには良い初期暫定解が必須となるので、ブロックの計算時間と通信時間を考慮した 5 通りの近似アルゴリズム (Approx1~5) を提案した (各近似アルゴリズムの詳細については修士論文本文を参照のこと)。近似アルゴリズムによる初期可能解 (= 暫定解) を出発点とする再帰的近似探索 (Local) も試みた。さらに、複数の近似アルゴリズムに近似探索を適用して、その中で最良の近似解を選択する手法も試みた (Best Effort)。

4. 評価結果

ブロック数を変えながらシミュレーションを行い、近似解の精度を測定した結果が図 1 である。結果は分枝限定法で求めた最適解を 1 として正規化してある。各ブロックは正方形とし、格子点数を 100 から 10000 までの範囲でランダムに決めた。プロセッサ数 n は 4 であり、プロセッサ能力は均一である。図 1 より Approx5 が精度の高い近似解を与えること、近似探索が有効であることを確認することができる。初期解が悪くても近似探索により一定の値まで精度が改善される。Approx5, Approx5+Local, Best Effort はブロック数が 32 までの範囲で誤差 10% 以下である。

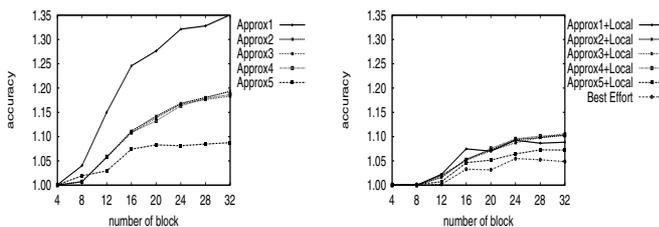


図 1: 近似解の精度

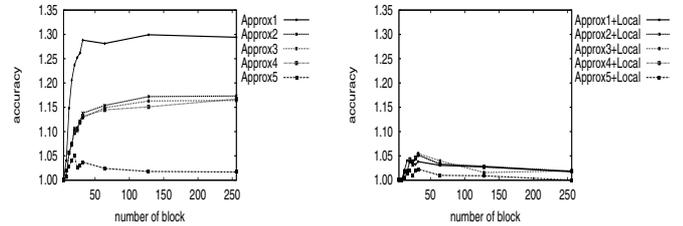


図 2: 近似解の相対評価

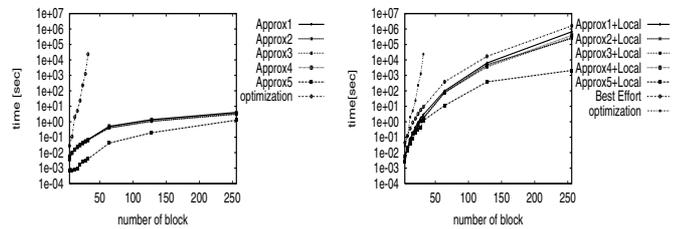


図 3: 近似解の求解時間

ブロック数が 32 以上になると実行時間内に最適解を求めることが困難となるため、 $m \leq 256$ の範囲で最良の近似値 (Best Effort) を 1 として相対評価を行った結果が図 2 である。図 2 からわかるようにブロック数が増加しても Approx5, Approx5+Local は他の近似アルゴリズムに比べ高い精度の近似解を与えることができる。近傍探索も有効に働いている。

図 3 は近似解の求解時間である。optimization は最適解の求解時間である。図 3 より近似解が最適解に比べ遥かに短時間で求まることを確認することができる。Approx5, Approx5+Local は求解時間の面からも有効な近似アルゴリズムであると考えられる。

紙数の都合上省略したが、プロセッサ能力が不均一な場合も均一な場合と同様な結果となる。

5. おわりに

本研究の箱詰めモデルでは、 $m \geq n$ の条件を満たしていても各ブロックの計算量が大きく異なる場合に良い静的負荷分散を行うことができない。このような場合は文献 [1] のようなブロックの分割が必須となる。本研究の最終目的は m, n 間にどのような関係があっても適切な負荷分散を行うことである。そのためにはブロック分割と箱詰めを同時に行う実用的最適化手法を開発する必要がある。今回の結果を踏まえて、データの自動分割とスケジューリングを融合した手法を検討してゆきたい。

参考文献

- [1] 市川, 川合, 島田: 組合せ最適化による並列数値シミュレーションの静的負荷分散, 情報処理学会論文誌, Vol.39, No.6, pp.1746-1756 (1998) .
- [2] S.Ichikawa, T.Kawai, T.Shimada: Enhanced Optimization Scheme for Parallel PDE Solver of NSL, 並列処理シンポジウム JSPP '98, p.143 (1998) .