分散処理環境における数値シミュレーションの静的負荷分散手法

指導教官 市川 周一　　学籍番号 963734 山下 真史

1 はじめに

市川ら [1] は偏微分方程式の並列求解システム NSL を例にとって，通信時間と計算時間の双方を考慮する静的負荷分散手法を示した．論文 [1] では並列計算機の利用を前提としているため PE(processing element) の構成 ･性能が全て等しいと仮定しているが，本研究では PE の性能が不均一な分散処理環境上での負荷分散法を検討する．

2 計算モデル

本研究で扱う計算モデルは，論文 [1] の計算手順 1 を分散処理環境に適応するように拡張したものである．計算領域は並列に処理される m 個のブロックからなり，各ブロックは 2 次元の格子点配列からなる．隣接するブロック間ではデータの交換 (通信) を行う．これらのブロックを，能力の不均一な n 個の PE で並列に処理して実行時間を最小化する方法を検討する．論文 [1] と同じく $m \leq n$ と仮定し，各ブロックに 1 つ以上の PE を割り当てる．ブロックを担当する PE が 2 つ以上ある場合，ブロックを PE の数に分割して，それぞれの断片 (サブブロック) を PE に割り当てる (図 1)．なお，分割にあたってはサブブロックは必ず矩形とし，各サブブロックの計算時間と通信時間を考慮して実行時間が最小になるようにブロックを分割する (第 3章)．

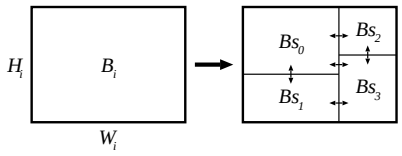

図 1: ブロックの分割

このブロック分割問題が解決すれば，あとは「n 個の区別のある PE を m 個の区別のあるグループに分割する方法のうちから実行時間を最短にする組合せを選ぶ」という組合せ最適化問題に帰着される (第 4章)．

3 ブロック分割

ここで扱うブロック分割は，図形的制約のある一種の組合せ最適化である．例えば図 1のように分割するとき，各サブブロックの辺長は整数でなければならず，各サブブロックをパズルのように組み合わせて元のブロックが構成できなければならない．ブロック全体の実行時間を最小にするには，通信と計算を考慮して，各 PE の実行時間のうち最大のものが最小となるようなブロック分割を求めれば良い．しかしこのような最適化問題を解くのは極めて困難である．そこで本研究では，ヒューリスティックを用いた近似的分割法をいくつか提案した．整数制約と図形的制約を取り除いた緩和問題を解き，その解 (下界値) を基準として，5 つの近似的分割法の評価を行った．評価結果に基づき，Recursive Bisection を greedy に行う Type4 をブロック分割法として採用した (詳細は修士論文本文を参照のこと)．

4 PE 分配の近似アルゴリズム

次に，各ブロックに最適な PE グループを割り当てる方法を考える．これは組合せ最適化問題として定式化される．本研究では分枝限定法を用いて最適化問題の探索空間を制限し，最適解を求めた．分枝限定法では初期の暫定解の精度が良いほど探索時間が短くなるので，精度の良い近似アルゴリズムも検討した．

すでに論文 [2][3] で 3 通りの近似アルゴリズム (Approx1 ~ 3) と再帰的近傍探索 (Local12) を提案し評価した．論文 [2][3] で提案し

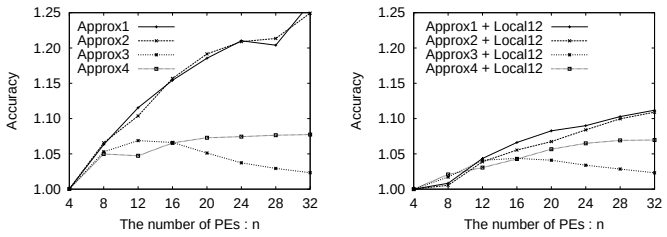

図 2: 近似アルゴリズムの精度 $(m = 4)$

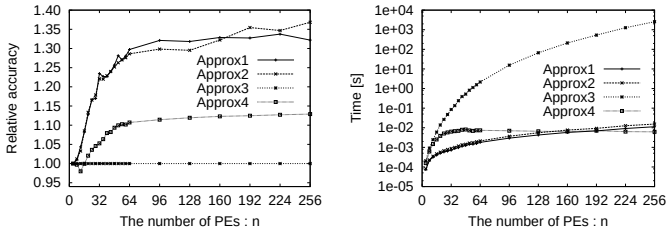

図 3: 近似アルゴリズムの相対評価と求解時間 $(m = 4)$

た Approx3 は $(m = 4, n = 32)$ で最適解との誤差が 5%未満と良い精度を与えるが，部分列挙法であるため $m \ll n$ の場合に求解時間が大きくなる．そこで本研究では PE の割り当てを greedy に行う Approx4 を提案し評価した．

5 評価結果

ブロック数 m を固定し，PE 数 n を変えながらシミュレーションを行った．図 2は，$m = 4$ で，最適解を 1 として正規化した近似解の精度である．PE 数 $n > 32$ では最適解を実用時間内で求めることが困難であるため，Approx3 の近似解を 1 として近似アルゴリズムの相対評価を行った (図 3)．Approx3 が最も良い精度の近似解を与えるが，求解時間は $(m = 4, n = 256)$ で数千秒となる．Approx4 は Approx3 と比べて精度が 10%程度悪いものの，求解時間は 10 ミリ秒でほぼ一定である．これらの結果より，本研究で提案した Approx4 は有効な近似アルゴリズムであるといえる．

6 今後の課題

本研究では分散処理環境における数値シミュレーションの静的負荷分散手法について検討した．分散処理環境は最適化の対象として考えたとき自由度が大きく，また通信などのモデル化が非常に難しい．今後，どのようなモデルが現実的であるか，またどのような条件で評価すべきなのか，実測を含めて検討していく必要がある．

参考文献

[1] 市川周一, 川合隆光, 島田俊夫: 組合せ最適化による並列数値シミュレーションの静的負荷分散, 情報処理学会論文誌, Vol. 39, No. 6, pp. 1746–1756 (1998).

[2] Ichikawa, S. and Yamashita, S.: Static Load Balancing of Parallel PDE Solver for Distributed Computing Environment, Proc. ISCA 13th Int'l Conf. Parallel and Distributed Computing Systems (PDCS-2000), pp. 399 – 405 (2000).

[3] 市川周一, 山下真史: 分散処理環境における数値シミュレーションの静的負荷分散手法, 情報処理学会論文誌 (採録済).