

不均一クラスタのための
実行時間予測モデルの構築法の改良

Improvements of Execution-time
Estimation Model Construction for
Heterogeneous Clusters

豊橋技術科学大学 大学院 工学研究科
知識情報工学専攻 市川研究室

011011 河合 裕

目次

1	はじめに	1
2	実行時間予測モデル	2
2.1	最適構成予測	2
2.2	NP-T モデル	2
2.3	N-T モデル	3
3	パラメータ抽出法の改良	4
3.1	既存手法の問題点	4
3.2	非負最小二乗法によるパラメータ抽出	4
3.3	評価環境	5
3.4	評価方法	8
3.5	評価 1	8
3.6	評価 2	18
3.7	考察	24
4	不均一クラスタからのモデル構築	26
4.1	既存手法の問題点	26
4.2	提案手法	26
4.3	評価方法	26
4.4	評価 1	27
4.5	評価 2	33
4.6	考察	38
5	おわりに	39
A.1	評価 1 の測定データ	41
A.2	評価 2 の測定データ	56

1 はじめに

演算性能や通信性能が異なる要素プロセッサ (PE) で構成されるクラスタを不均一クラスタと呼ぶ。不均一クラスタは、余っている PC を集めてクラスタを構築したり、既存クラスタに高性能 PE を追加する場合など、多くの局面で利用可能である。しかし、既存の並列応用の多くは均一な PE を前提にしており、各 PE に負荷を均等に分散するため、不均一クラスタ上で実行すると低速 PE がボトルネックとなって性能が低下する。不均一クラスタ上の性能を改善するには、PE の演算性能に応じて負荷を不均一に分散する必要がある。

不均一な負荷分散には大きく分けて二つの方法がある。ひとつは 1 プロセスに割り当てる問題領域の大きさを変更する方法である。しかし、この方法は応用プログラムの書き換えが必要になるうえ、書き換えに伴うデバッグや性能チューニングなどに大きな手間がかかる。もうひとつは、高速な PE に複数のプロセスを起動することで負荷分散を行う方法 (マルチプロセス法) である。この方法では応用プログラムを書き換える必要がなく、1 台の PE に起動するプロセス数を変更するだけで簡単に実現することができる。

マルチプロセス法では、どの PE にいくつプロセスを起動するかが問題となる。岸本ら¹⁾²⁾³⁾ は、High-Performance Linpack Benchmark⁷⁾ (HPL) の実行時間から実行時間予測モデルを構築し、不均一クラスタ上で最適なプロセス構成を予測できることを示した。高橋ら⁴⁾⁵⁾ は、岸本らの手法を HPL 以外の科学技術応用 (Himeno BMT⁸⁾, hpcmw-solver-test⁹⁾, FFTE¹⁰⁾) で検証するとともに、岸本らのモデルを改良して予測精度を改善した。

しかし、これまでの手法ではモデル構築に必要な実測値が少ない場合や、実測値に誤差が含まれる場合に、予測精度が著しく低下する場合があった。また、均一 PE を使用して予測モデルを構築していたため、利用可能な状況が限られていた。本研究では、予測精度の低下を回避する手法を提案し、更に不均一クラスタから直接モデルを構築する方法を提案する。

2 実行時間予測モデル

この章では、岸本の提案した実行時間予測モデル¹⁾²⁾³⁾とそれを改良した高橋の実行時間予測モデル⁴⁾⁵⁾の概略を示す。

2.1 最適構成予測

応用の問題サイズを N とする。不均一クラスタ中の等価な PE のグループをサブクラスタと呼び、 G_i で表す。 G_i 中で実際に計算に使用する PE の台数を P_i とする ($0 \leq P_i \leq |G_i|$)。サブクラスタ G_i 内の各 PE には同数のプロセスを起動するものとし、この数を M_i で表す。このとき不均一クラスタ内の総プロセス数 P は、 $P = \sum_i P_i M_i$ で与えられる。

不均一クラスタ全体の実行時間を T としたとき、ある N について T を最小化する構成 (P_i, M_i) を予測することが研究の目的である。サブクラスタ G_i の実行時間 T_i を、 N, P, M_i の関数で近似することができれば、全体の実行時間 T は $\max_i T_i$ で見積もることができる。 T の近似式を実行時間予測モデルと呼ぶ。全ての可能な構成に対して予測モデルを構築できれば、構成 (P_i, M_i) と問題サイズ N について、 T を最小化する構成を予測することができる。

2.2 NP-T モデル

実行時間予測モデルの構築について HPL⁷⁾ を例に説明する。HPL の実行時間は、パネル LU 分解フェイズ ($pfact$)、更新フェイズ ($update$)、交代代入フェイズ ($uptrsv$) で構成される。笹生ら⁶⁾によれば、各フェイズの実行時間のオーダーは式 (1), (2), (3) となる。

$$pfact = \frac{3}{2P} \cdot N^2 + O(N) \quad (1)$$

$$update = \frac{2N^3}{3P} + \frac{P+1}{P} \cdot O(N^2) + O(N) \quad (2)$$

$$uptrsv = \frac{1}{P} \cdot O(N^2) \quad (3)$$

この式から、実行時間 T を N と P の関数で表せば、式 (4) となる。

$$T(N, P) = \frac{1}{P} \cdot O(N^3) + P \cdot O(N^2) + O(N^2) \quad (4)$$

式 (4) において、ある M_i の実行時間 T_i を N と P の関数で表すと式 (5) になる。

$$T_i(N, P)|_{M_i} = \frac{1}{P} \cdot (k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3) + P \cdot (k_4 N^2 + k_5 N + k_6) + k_7 N^2 + k_8 N + k_9 \quad (5)$$

高橋ら⁴⁾⁵⁾はこの式(5)をNP-Tモデルと名づけた。式(5)には k_0 から k_9 までの10個の定数項があるが、これらの係数は実測値を用いて最小二乗法で決定する。NP-Tモデルでは G_i および M_i ごとにNP-Tモデルを構築する。PEが1台($P = \exists M_i$)の場合はノード間の通信が行われなくなることを考慮して、定数項の決定には均一PE 2台以上の実測値を使用する。

2.3 N-Tモデル

計算に使用するPEが1台の場合($P = \exists M_i$)はプロセス間の通信は行われるが、ノード間の通信は行われぬ。このため、ノード間の通信時間を含む実測値で構築されたNP-Tモデルでは正しい実行時間が得られない。 $P = \exists M_i$ の場合には、岸本ら¹⁾²⁾³⁾によって提案されたN-Tモデルを使用して実行時間予測を行う。

式(4)において、ある構成(P, M_i)の実行時間 T_i を N の関数で表すと式(6)になる。岸本らはこの式をN-Tモデルと名づけた。式(6)には k_0 から k_3 までの4個の定数項があるが、これらの係数は $P = \exists M_i$ の実測値を用いて最小二乗法で決定する。

$$T_i(N)|_{P, M_i} = k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3 \quad (6)$$

3 パラメータ抽出法の改良

3.1 既存手法の問題点

実行時間予測モデルの構築には応用の実測値が必要になる．しかし，測定点数が少ない場合や実測値に誤差がある場合にはパラメータが正しく抽出されず，予測精度が低下することがある．パラメータ抽出に失敗した典型的な例を図1に示す．これは Xeon の $M_i = 2$, $P = 8$ の Himeno BMT⁸⁾ の NP-T モデルとその構築に使用した実測値を示している．この実測値の性能は図2のようにになっている． $N \geq 128$ で性能が低下し，実測値が大きくなっている．このように性能が低下する点を性能グリッチと呼ぶ．性能グリッチが含まれるためにパラメータ抽出の結果， N の高次の係数が負の値となっている．その結果，外挿範囲の $N > 192$ で予測時間が急激に小さくなり， $N = 256$ では予測時間が負の値になっている．本研究ではこのようなケースをモデルの破綻と呼ぶ．モデルの破綻が生じるとその構成の予測実行時間が最小となり，最適構成として予測されてしまうため，真の最適構成が予測できない．

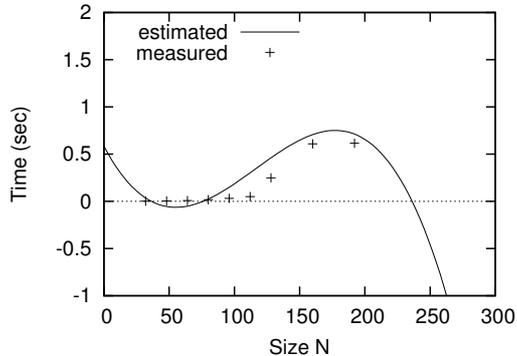


図1 モデル破綻の例

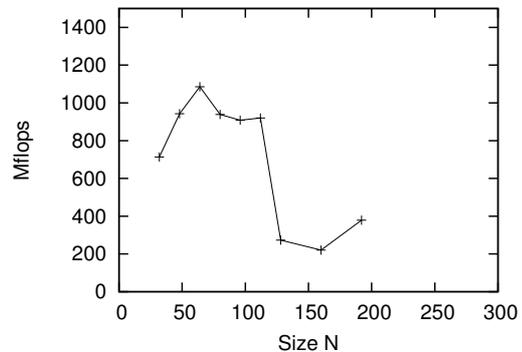


図2 実測性能

3.2 非負最小二乗法によるパラメータ抽出

予測時間が負の値となる原因は，パラメータ k_i が負の値になってしまうからである．これを解決するためには，モデルの各パラメータ $k_0, k_1, \dots \geq 0$ という条件をつければよい．これは，計算時間や通信時間が単調増加すると考えれば，妥当な制限である．そこで本研究では，抽出されるパラメータに非負制約を付けた非負最小二乗法¹²⁾を用いることを試みる．図3は図1の実測値から非負最小二乗法を使用してパラメータを抽出した場合の NP-T モデルである．非負最

小二乗法を使用してモデルを構築すると、負の実行時間が予測されなくなり、極端な精度低下を防ぐことが期待できる。

一方、非負最小二乗法でパラメータを抽出すると、通常の小二乗法で抽出したモデルよりも一般に残差が大きくなる。そのため、大きなモデル破綻を防げる代わりに、予測精度が低下する可能性がある。これについて実際に評価して優劣を比較する必要がある。

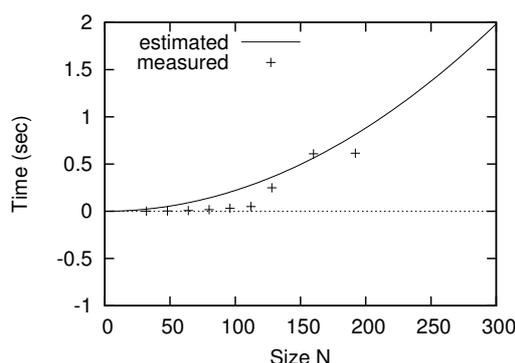


図3 非負最小二乗法によるパラメータ抽出の例

3.3 評価環境

実行時間予測モデル構築には、応用の問題サイズ N と総プロセス数 P が変更可能である必要がある。今回の実験では、上記の条件を満たす次の4つのベンチマークを評価対象とした。

HPL⁷⁾ 分散メモリ並列計算機用の Linpack ベンチマークで、倍精度浮動小数点演算で線形代数方程式を解く性能を測定する。計算ライブラリには ATLAS 3.6.0 を使用する。

Himeno BMT⁸⁾ 非圧縮流体解析コードのベンチマークで、Poisson 方程式を Jacobi 反復法で解く性能を測定する。配布ファイルでは問題サイズが固定されているため、本研究ではヘッダファイルを書き換えて問題サイズを任意の $N \times N \times N$ に変更して測定を行う。

hpcmw-solver-test⁹⁾ 3次元弾性解析を評価するベンチマークで、有限要素法で問題を解く性能を測定する。本研究ではスカラープロセッサ用、分散メモリ型用のプログラムを使用する。hpcmw-solver-test は本来、 $N \times N \times N$ の3次元の問題を扱うが、主記憶容量、実行時間の都合から本研究では $N \times N \times 1$ の2次元の問題を扱う。また、問題サイズ N は総プロセス数 P

で割り切れる必要があるため，本研究ではモデル構築用の実測の問題サイズは $N_k = P \times \left\lceil \frac{60 \times k}{P} \right\rceil$ ($k = 1 \sim 7$) とする．評価は実行可能な構成についてのみ行う．

FFTE¹⁰⁾ $2^p 3^q 5^r$ 要素の複素離散フーリエ変換を行うライブラリで，本研究では同梱されている 1 次元 DFT のテストプログラムを実験に用いる．FFTE では問題サイズ N と総プロセス数 P は 2 のべき乗に制限されている．また， N と P は $\frac{N}{P} \leq 2^{20}$ に制限されている．そのため，本研究では実行可能な構成についてのみ評価を行う．

上記の 4 つのベンチマークプログラムは高橋ら⁴⁾⁵⁾ によって評価されたもので，今回の実験では追試および比較を目的として評価に用いた．岸本らによって求められた HPL の N-T モデル式と，高橋らによって求められた Himeno BMT，hpcmw-solver-test，FFTE の N-T モデル式を表 4 にまとめる．高橋らによって求められた NP-T モデル式を表 5 に示す．

評価には表 1 の不均一クラスタを使用した．今回の実験では計算時間への影響を避けるため，Xeon および Pentium 4 の Hyper Threading は使用しない．また，ネットワークポロジによる影響を避けるため，全ての PE を一台のワイヤスピードスイッチに接続している．

応用のプロセス配置は，MPICH¹¹⁾ のプロセスリストで指定する．プロセスリストをシェルスクリプトで作成し，`-p4pg` オプションをつけて `mpirun` コマンドを実行する．本研究の実験では，プロセスは各サブクラスタごとに順番に割り当てる．例として，プロセス構成 $(P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3) = (2, 3, 4, 1, 0, 0)$ のときのプロセス配置を表 2 に示す．

モデル構築のための測定および評価は，表 3 の問題サイズで行う．評価はモデル構築時の測定に 2 点から 5 点を追加し，外挿についても行う．非負最小二乗法は文献 12) で紹介されているものを使用し，最小二乗法は先行研究で用いられている GSL¹³⁾ の `gsl_multifit_linear()` を使用する．

本研究では，手法の有効性を確認するために PE 台数構成が異なる 2 つ環境で評価を行う．モデル構築に必要な実測値の測定構成および評価時の測定構成は 3.5 節と 3.6 節で述べる．

表1 評価環境

	サブクラスタ G_1	サブクラスタ G_2	サブクラスタ G_3
CPU	Pentium 4 3.6GHz	Xeon 2.8GHz	Celeron M 1.5GHz
メモリ	1GB	1GB	1GB
NIC	1000BASE-T	1000BASE-T	1000BASE-T
OS	Fedora Core 4	Red Hat Linux 9	Fedora Core 5
C コンパイラ	Intel C/C++ Compiler 9.0		
Fortran コンパイラ	Intel Fortran Compiler 9.0		
通信ライブラリ	mpich 1.2.7p1		

表2 プロセスの配置

プロセス	ノード
process0	G_1 node0
process1	G_1 node0
process2	G_1 node0
process3	G_1 node1
process4	G_1 node1
process5	G_1 node1
process6	G_2 node0
process7	G_2 node1
process8	G_2 node2
process9	G_2 node3

表3 問題サイズ

ベンチマーク	モデル構築時	評価時
HPL	400 ~ 6400 (9 点)	400 ~ 9600 (11 点)
Himeno BMT	32 ~ 192 (9 点)	32 ~ 256 (11 点)
hpcmw-solver-test	60 ~ 442 (7 点)	60 ~ 600 (12 点)
FFTE	$2^{12} \sim 2^{20}$ (9 点)	$2^{12} \sim 2^{23}$ (12 点)

表4 N-T モデル¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾

ベンチマーク	モデル式
HPL	$T_i(N) _{P,M_i} = k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3$
Himeno BMT	$T_i(N) _{P,M_i} = k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3$
hpcmw-solver-test	$T_i(N) _{P,M_i} = k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3$
FFTE	$T_i(N) _{P,M_i} = k_0 N \log N + k_1 N + k_2 N^{\frac{1}{3}} + k_3$

表5 NP-Tモデル⁴⁾⁵⁾

ベンチマーク	モデル式
HPL	$T_i(N, P) _{M_i} = \frac{1}{P} \cdot (k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3)$ $+ P \cdot (k_4 N^2 + k_5 N + k_6)$ $+ k_7 N^2 + k_8 N + k_9$
Himeno BMT	$T_i(N, P) _{M_i} = \frac{1}{P} \cdot (k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3)$ $+ k_4 N^2 + k_5 N + k_6 + k_7 \log P$
hpcmw-solver-test	$T_i(N, P) _{M_i} = \frac{1}{P} \cdot (k_0 N^3 + k_1 N^2 + k_2 N + k_3)$ $+ k_4 N^2 + k_5 N + k_6 + k_7 \log P$
FFTE	$T_i(N, P) _{M_i} = \frac{1}{P} \cdot (k_0 N \log N + k_1 N + k_2)$ $+ k_3 P + k_4 N + k_5 N^{\frac{1}{3}} + k_6$

3.4 評価方法

評価は予測最適構成と予測実行時間について行う。

通常最小二乗法と非負最小二乗法でモデルを構築し、予測実行時間が最小となる構成(予測最適構成)を求める。また、全ての可能な構成で測定を行い、実測実行時間が最小となる構成(実測最適構成)を求める。予測最適構成の実測実行時間を $\hat{\tau}$ 、実測最適構成の実測実行時間を \hat{T} で表す。

予測最適構成の予測精度は $\hat{\tau}$ と \hat{T} の誤差 $\frac{\hat{\tau}-\hat{T}}{\hat{T}}$ で評価する。予測最適構成が実測最適構成と一致していれば、誤差は0%となる。岸本¹⁾²⁾³⁾と高橋⁴⁾⁵⁾にならない、誤差が20%未満となる構成を準最適構成と呼ぶ。

予測実行時間の評価は、ある構成の予測実行時間を τ としたとき、 $\tau \leq 2\hat{T}$ を満たす構成についての予測時間と実測時間の相関係数で行う。実行時間が最適構成から大きく掛け離れた構成まで含めると、最適構成予測で重要な実行時間の小さい構成の精度が正しく評価できないためである。予測時間と実測時間がずれていてもその分布に正の相関があれば、最適構成の予測は可能であるため、相関係数での評価は妥当である。

最適構成の予測結果および相関係数の表は付録にまとめて記載する。また、抽出されたパラメータ k_i も同様に付録に記載する。以降では実測時間の図と相関係数の図を記載する。

3.5 評価1

この節ではプロセッサ3種類、8台の不均一クラスタで評価を行う。測定構成を表6に示す。組合せ総数はHPL, Himeno BMT, hpcmw-solver-testでは188通り、FFTEはプロセス数に制限があるため53通りとなる。

2.2節で述べたように，実行時間予測モデルの構築には均一のPEを使用する．この節の実験では均一PE 8台を使って実行時間を測定し，実行時間予測モデルを構築する．HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test は $P_i = 2, \dots, 8$ (Pについて7点)の実測値，FFTE は P に制限があるため $P_i = 2, 4, 8$ (Pについて3点)の実測値でモデルを構築する．

表 6 測定構成

	G_1	G_2	G_3	組合せ総数
P_i の範囲	$0 \leq P_1 \leq 2$	$0 \leq P_2 \leq 4$	$0 \leq P_3 \leq 2$	188
M_i の範囲	$0 \leq M_1 \leq 3$	$0 \leq M_2 \leq 2$	$0 \leq M_3 \leq 1$	(FFTE は 53)

3.5.1 最適構成予測に必要な時間

最適構成予測の手順は次のようになる．

- (1) モデル構築に必要な実測値を測定する．
- (2) モデル式中の係数を実測値から最小二乗法で決定する．
- (3) すべての構成 (P_i, M_i) の実行時間を予測を予測し，予測実行時間が最小となる構成を予測最適構成とする．

これらの手順に要した時間を表 7 にまとめる．測定時間はモデル構築に必要な実測値の総測定時間，抽出時間は実測値からパラメータを抽出する時間，探索時間は可能な全ての構成の予測時間を求め最小となる構成を探索する時間である．

非負最小二乗法の抽出時間が通常最小二乗法の抽出時間よりも小さくなっているが，この原因は最小二乗法の GSL がダイナミックリンクしているのに対して非負最小二乗法はスタティックリンクしているためだと考えられる．その実行時間は小さく，実用上問題とはならない．

モデルは各 G_i, M_i ごとに構築するため，PEの種類や台数が増加しても測定時間と抽出時間は増加は少ない．探索時間は組合せ総数に比例するため，大規模な不均一クラスタでは増大する．本研究における最適構成の予測は組合せ最適化問題の一種である．本研究では探索アルゴリズムは使用せず全ての構成の予測時間を求めているが，実験で使用した不均一クラスタにおいては探索時間は1秒未満と小さい．そのため，探索時間の削減は今後の課題とする．

表 7 予測時間

ベンチマーク	測定時間	抽出時間 (最小二乗法)	抽出時間 (非負最小二乗法)	探索時間
HPL	4.2×10^3	7.1×10^{-3}	4.0×10^{-3}	1.5×10^{-2}
Himeno BMT	3.5×10^1	6.6×10^{-3}	4.4×10^{-3}	1.7×10^{-2}
hpcmw-solver-test	2.7×10^4	5.3×10^{-3}	3.4×10^{-3}	1.2×10^{-2}
FFTE	6.1×10^1	4.7×10^{-3}	3.6×10^{-3}	2.7×10^{-3}

3.5.2 HPL の評価結果

HPL の評価結果を表 28, 表 29, 表 33 に示す.

図 4 は HPL の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している. 図中, “optimal” は実測最適構成, “ls” は最小二乗法でモデルを構築した場合の予測最適構成, “nnls” は非負最小二乗法でモデルを構築した場合の予測最適構成を示す. ls は $N \geq 800$ で最適構成を予測できた. $400 \leq N \leq 600$ で誤差 800%と大きくなっているが, その実行時間は 1 秒以下と小さいため, 実用上大きな問題はない. nnls は全ての N で最適構成が予測できた. ls, nnls とともに外挿範囲でも最適構成が予測できており精度は良い.

HPL の予測時間と実測時間の相関係数を図 5, 相関係数の要素点数を表 8 に示す. $N \leq 800$ では $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が 4 点程度と少ないため, ここでは 10 点以上の構成を含む $N \geq 1200$ に注目する. ls, nnls とともに $N \geq 1600$ で 0.8 を超える高い相関が得られている. 外挿範囲についても高い相関が得られており精度は良い.

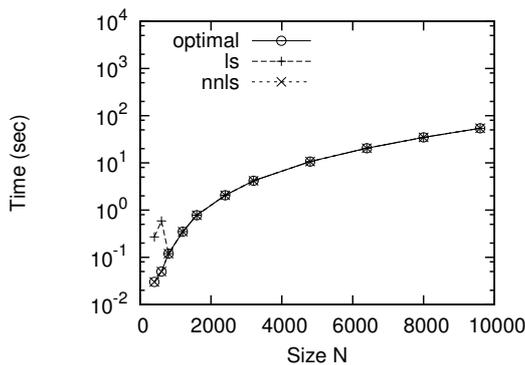


図 4 HPL の実測時間

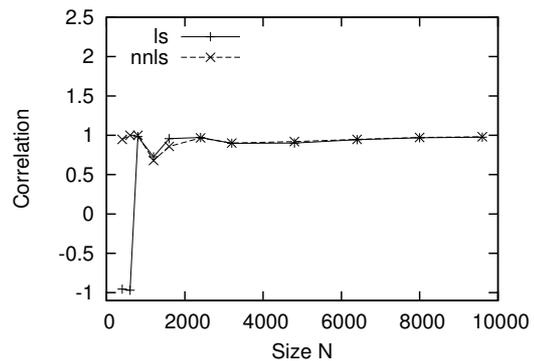


図 5 HPL の相関係数

表 8 HPLの相関係数の要素点数

N	ls	npls	総数
400	5	4	188
600	3	2	188
800	4	3	188
1200	12	12	188
1600	16	16	188
2400	20	25	188
3200	54	54	188
4800	46	55	188
6400	44	44	188
8000	35	35	188
9600	35	34	188

3.5.3 Himeno BMT の評価結果

Himeno BMT の評価結果を表 39, 表 40, 表 44 にまとめる.

図 6 は Himeno BMT の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間である. ls は内挿範囲の $112 \leq N \leq 192$ で誤差は 5%以下と準最適構成を予測できたが, 外挿範囲の $N \geq 224$ で誤差が 400%を超えている. npls は $32 \leq N \leq 256$ で誤差は 19%以下となっており, 外挿範囲でも準最適構成が予測できた. npls は ls に比べて精度が良いと言える.

Himeno BMT の予測時間と実測時間の相関係数を図 7, 相関係数の要素点数を表 9 に示す. $N \leq 64$ では, npls は $\tau \leq 2\hat{\tau}$ の条件を満たす構成が 5 点程度と少ないため, 精密な議論は難しい. ls は内挿範囲の $128 \leq N \leq 160$ で 0.8 を超える高い相関が得られているが, 外挿範囲の $224 \leq N \leq 256$ では 0 を下回る低い値となった. npls は $N \geq 128$ で 0.7 を超える高い相関が得られており, 外挿範囲も高い値を維持している.

ls で精度が悪い原因は, 予測実行時間が負の値となる構成が選択されるためである. 例として, 図 8 に最小二乗法で構築した $M_2 = 2$ の NP-T モデルを示す. 実測値が極端に大きい点 (性能グリッチ) が含まれるためにモデルが破綻し, $N = 256$ では予測時間が負の値となっている. 非負最小二乗法で構築した $M_2 = 2$ の NP-T モデルでは図 9 のようにモデルの破綻は生じておらず, 負の実行時間は予測されていない.

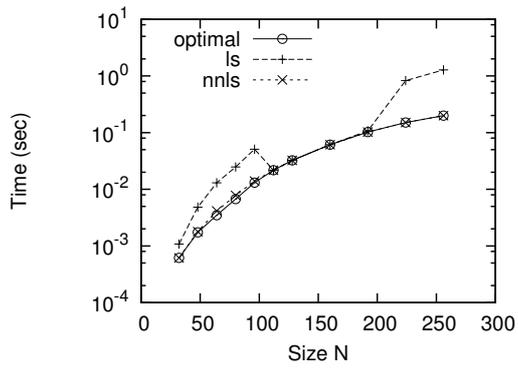


図6 Himeno BMT の実測時間

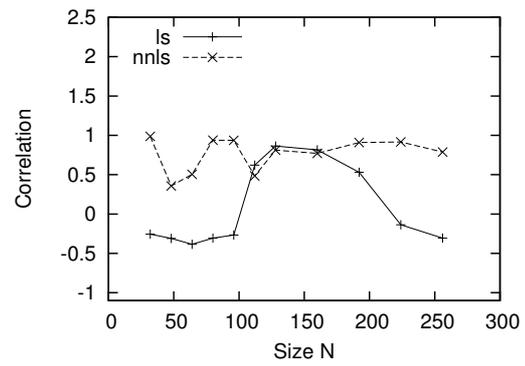


図7 Himeno BMT の相関係数

表9 Himeno BMT の相関係数の要素点数

N	ls	nnls	総数
32	87	3	188
48	166	7	188
64	155	5	188
80	94	11	188
96	67	23	188
112	62	57	188
128	62	57	188
160	57	57	188
192	80	71	188
224	124	79	188
256	154	71	188

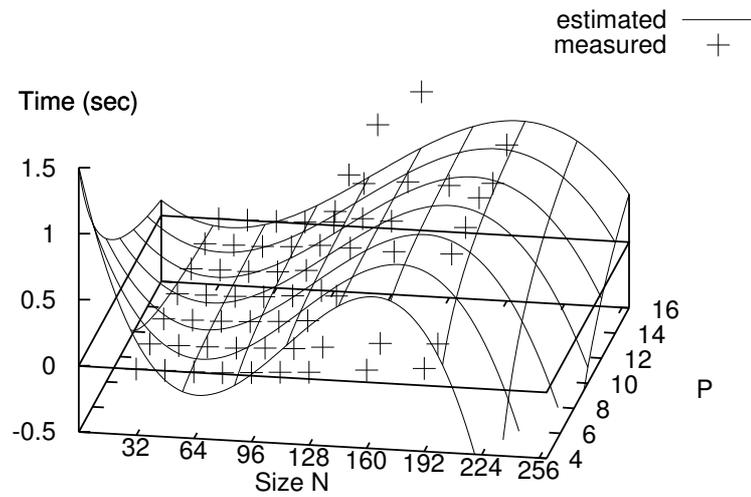


図8 通常の最小二乗法による Xeon $M_2 = 2$ の NP-T モデル

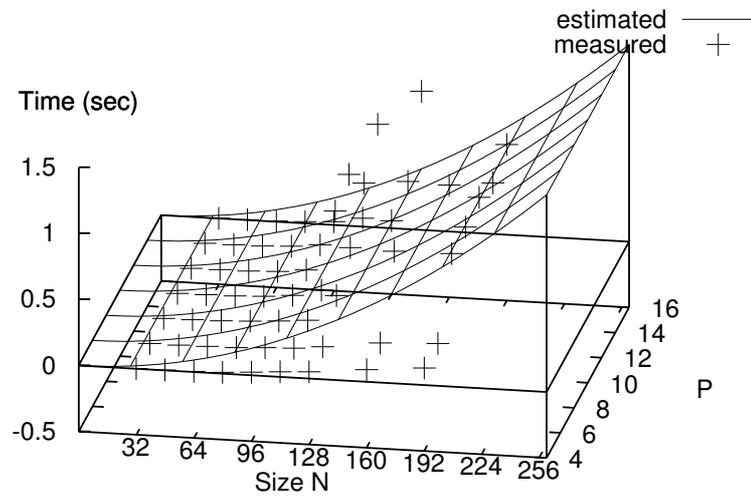


図9 非負最小二乗法による Xeon $M_2 = 2$ の NP-T モデル

3.5.4 hpcmw-solver-test の評価結果

hpcmw-solver-test の評価結果を表 50, 表 51, 表 55 に示す。

図 10 は hpcmw-solver-test の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している。ls は $N \geq 300$ で誤差 0% と最適構成が予測されている。nnls は $N \geq 180$ で最適構成が予測されている。ls, nnls とともに外挿範囲の $480 \leq N \leq 600$ でも最適構成が予測されており精度はよいといえる。

hpcmw-solver-test の予測時間と実測時間の相関係数を図 11, 相関係数の要素点数を表 10 に示す。hpcmw-solver-test では $N \geq 60$ で $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成は 10 点以上ある。ls は $N = 120$ で 0.2 以下まで低下しているが, $N \geq 240$ では 0.8 を超える高い相関を示している。nnls は $N = 60$ を除いて常に高い相関を示し, $N \geq 300$ で 0.8 を超えている。ls, nnls とともに外挿範囲でも高い値を維持している。

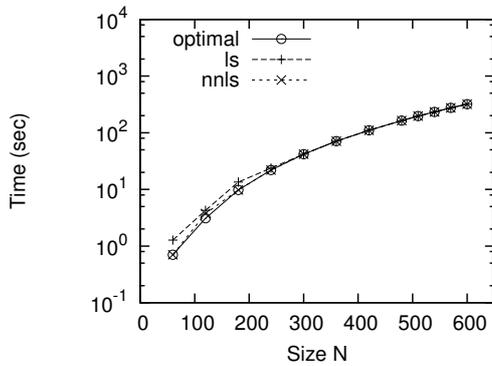


図 10 hpcmw-solver-test の実測時間

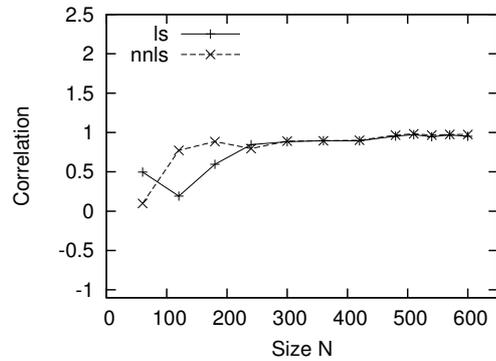


図 11 hpcmw-solver-test の相関係数

表 10 hpcmw-solver-test の相関係数の要素点数

N	ls	nnls	総数
60	42	14	115
120	45	36	136
180	50	43	130
240	55	50	137
300	51	39	115
360	67	66	151
420	66	66	139
480	61	61	131
510	42	42	81
540	56	65	124
570	42	42	81
600	60	60	130

3.5.5 FFTE の評価結果

FFTE の評価結果を表 61 , 表 62 , 表 66 にまとめる .

図 12 は FFTE の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している . ls は内挿範囲の $2^{16} \leq N \leq 2^{20}$ で誤差最大 1% と準最適構成が予測できたが , 外挿範囲の $2^{21} \leq N \leq 2^{23}$ では誤差が 80% を超えている . nnls は $2^{12} \leq N \leq 2^{23}$ で誤差最大 1% と準最適構成が予測できており , 外挿でも精度がよい . ls で精度が悪い原因は Himeno BMT と同様 , 予測実行時間が負の値となる構成が選択されるためである . 例として , 最小二乗法で構築した $M_2 = 2$ の NP-T モデルを図 14 に示す . $P = 4$, $N = 2^{18}$ の点などに性能グリッチがあるため , ls では $N \log N$ の係数が負の値となっている . モデルが破綻しているため , $N = 2^{21}$ では予測時間が負の値になっている . 非負最小二乗法で構築した $M_2 = 2$ の NP-T モデル (図 15) ではモデルの破綻は改善されており , 予測時間は正の値となっている .

FFTE の予測時間と実測時間の相関係数を図 13 , 相関係数の要素点数を表 11 に示す . FFTE では $2^{12} \leq N \leq 2^{20}$ で $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が 4 点程度しかないため , 条件を $\tau \leq 3\hat{T}$ に緩和して相関係数を求めた . この条件でも $N \leq 2^{15}$ では条件を満たす構成が 3 点程度しかないが , $N \leq 2^{16}$ では 10 点以上の構成が確保できている .

ls は内挿範囲の $2^{17} \leq N \leq 2^{20}$ で 0.8 と高い相関が得られているが , 外挿範囲の $2^{21} \leq N \leq 2^{23}$ では 0.2 未満と大きく低下している . nnls は $N \leq 2^{22}$ で 0.6 以上となっているが , $N = 2^{23}$ で相関係数が低下し , 0.1 を下回っている . 図 16 は nnls の $N = 2^{23}$ の予測時間と実測時間の相関図である . 一部の構成の予測時間が短く見積もられるために nnls では相関係数が低下する結果となった . しかし , 予測時間最小の構成は実測時間最小となっており , 最適構成が予測されていることが確認できる .

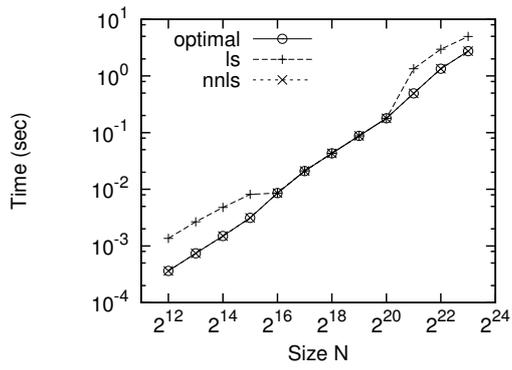


図 12 FFTE の実測時間

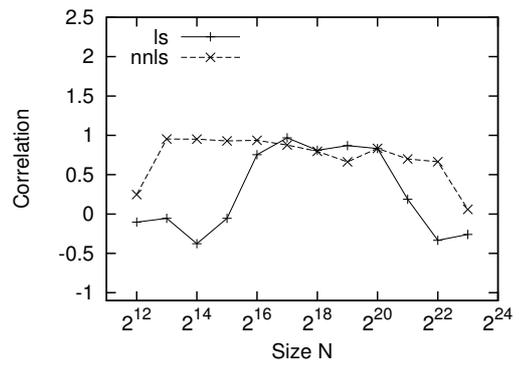


図 13 FFTE の相関係数

表 11 FFTE の相関係数の要素点数

N	ls	nnls	総数
2^{12}	24	4	43
2^{13}	25	3	43
2^{14}	20	3	43
2^{15}	10	3	43
2^{16}	11	15	43
2^{17}	15	19	43
2^{18}	23	23	43
2^{19}	23	32	43
2^{20}	32	32	43
2^{21}	39	39	40
2^{22}	32	32	32
2^{23}	14	14	14

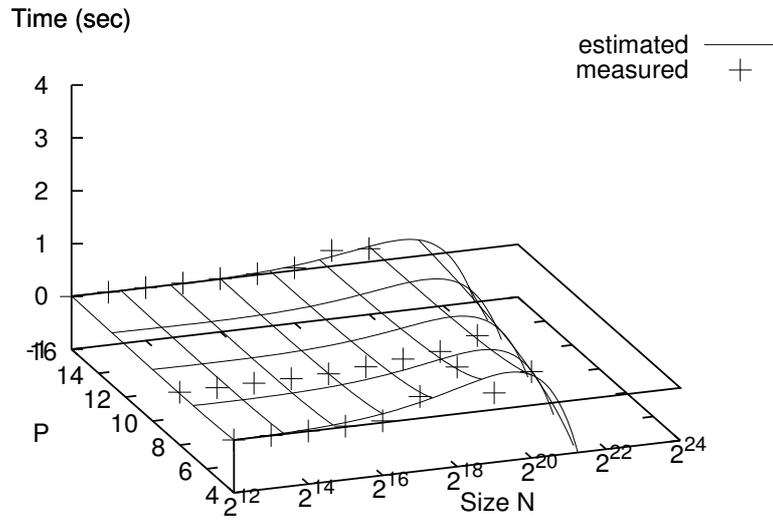


図 14 通常の最小二乗法による Xeon $M_2 = 2$ の NP-T モデル

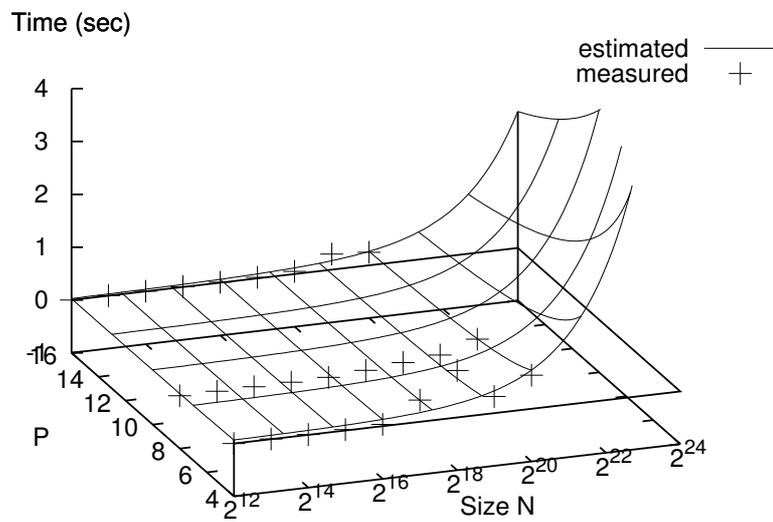


図 15 非負最小二乗法による Xeon $M_2 = 2$ の NP-T モデル

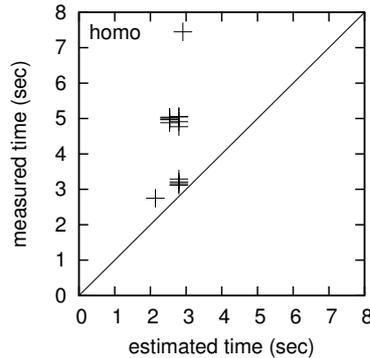


図 16 $N = 2^{23}$ の予測時間と実測時間の相関図，非負最小二乗法

3.6 評価 2

この節では高橋⁵⁾と同じ台数構成の不均一クラスタで評価を行う．HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test の測定構成を表 12，FFTE の測定構成を表 13 に示す．組合せ総数は HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test では 404 通り，FFTE はプロセス数に制限があるため 285 通りとなる．

この節の実験では， P について 3 点の実測値を使って実行時間予測モデルを構築する．HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test は均一 PE 4 台を使用し $P_i = 2, 3, 4$ の実測値でモデルを構築する．FFTE は均一 PE 8 台を使用し $P_i = 2, 4, 8$ の実測値でモデルを構築する．

表 12 HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test の測定構成

	G_1	G_2	G_3	組合せ総数
P_i の範囲	$0 \leq P_1 \leq 4$	$0 \leq P_2 \leq 4$	$0 \leq P_3 \leq 4$	404
M_i の範囲	$0 \leq M_1 \leq 2$	$0 \leq M_2 \leq 2$	$0 \leq M_3 \leq 1$	

表 13 FFTE の測定構成

	G_1	G_2	G_3	組合せ総数
P_i の範囲	$0 \leq P_1 \leq 8$	$0 \leq P_2 \leq 8$	$0 \leq P_3 \leq 8$	285
M_i の範囲	$0 \leq M_1 \leq 2$	$0 \leq M_2 \leq 2$	$0 \leq M_3 \leq 1$	

3.6.1 HPL の評価結果

HPL の評価結果を表 72，表 73，表 77 にまとめる．

図 17 は HPL の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している．ls は全ての N で誤差が 50% を超えており，予測に失敗している．高橋⁵⁾

の結果では，(準) 最適構成が予測されていたが，本研究の実験では異なる結果となった．ls ではモデルが破綻しており，負の実行時間が予測されている．例として，Pentium4 の $M_1 = 1$ の NP-T モデルを図 19 に示す． P についての外挿範囲である $P = 12$ で予測時間が負の値になっている． $M_2 = 1$ ， $M_3 = 1$ の NP-T モデルでも同様の傾向があるため， P の大きい構成が最適構成として予測されている． P についての実測値が $P_i = 2, 3, 4$ の 3 点しかないため，パラメータ抽出に失敗したと考えられる．一方，nnls ではモデルの破綻は生じておらず，誤差は最大でも 4% 以内に抑えられている．

HPL の予測時間と実測時間の相関係数を図 18，相関係数の要素点数を表 14 に示す． $N \leq 800$ では $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が 4 点程度と少ないため，ここでは 10 点以上の構成を含む $N \geq 1200$ に注目する．ls は $N \geq 2400$ で 0.4 から 0.6 程度，nnls は $N \geq 2400$ で 0.5 から 0.7 程度となっている．nnls の相関係数は ls に比べて常に高くなっている．

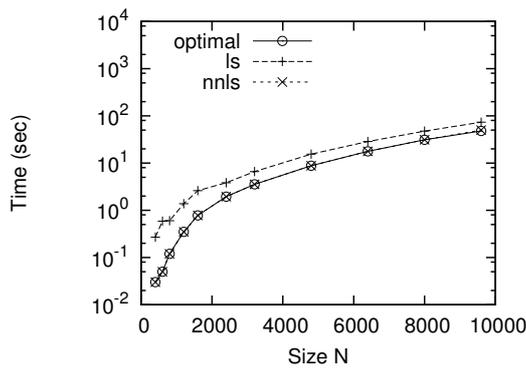


図 17 HPL の実測時間

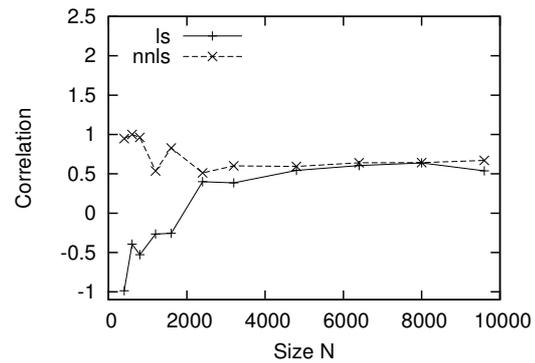


図 18 HPL の相関係数

表 14 相関係数の要素点数

N	ls	nmls	総数
400	5	4	404
600	13	2	404
800	44	4	404
1200	175	25	404
1600	251	91	404
2400	205	113	404
3200	159	96	404
4800	157	69	404
6400	177	198	404
8000	177	200	404
9600	153	156	404

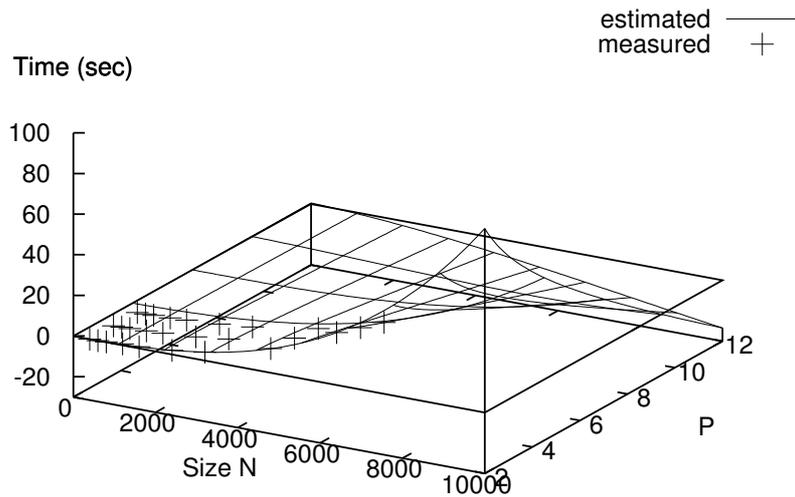


図 19 最小二乗法による Pentium4 $M_1 = 1$ の NP-T モデル

3.6.2 Himeno BMT の評価結果

Himeno BMT の評価結果を表 83 , 表 84 , 表 88 に示す .

図 20 は Himeno BMT の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している .ls では内挿範囲の $N = 112$ で誤差が 2000% , 外挿範囲の $N \geq 224$ で誤差が 700% を超えており , 予測に失敗している . 高橋⁵⁾ の結果では , 誤差は 30% 程度となっていたが , 本研究の実験では誤差が大きくなっている . nmls では

$N \geq 48$ で最適構成が予測できており，内挿範囲，外挿範囲ともに精度がよい．

Himeno BMT の予測時間と実測時間の相関係数を図 21，相関係数の要素点数を表 15 に示す．ls は $N = 192$ では 0.8 を超えているがそれ以外では全体的に低く精度は悪い．nnls は $N \geq 160$ で 0.8 を超えており，外挿範囲でも高い値を維持している．

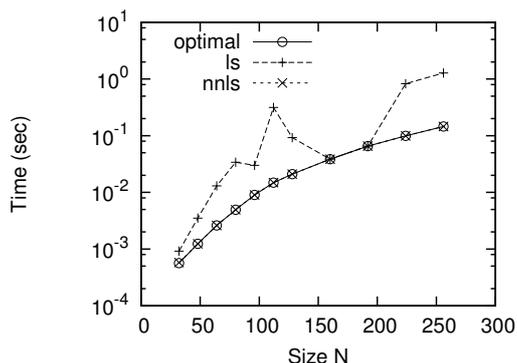


図 20 Himeno BMT の実測時間

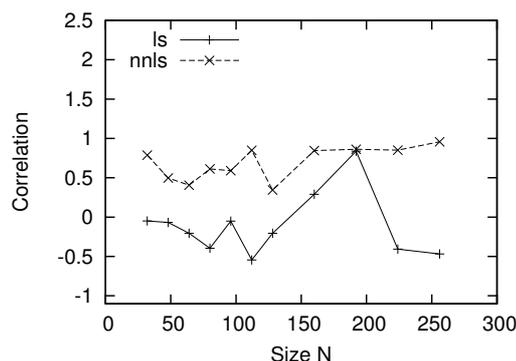


図 21 Himeno BMT の相関係数

表 15 相関係数の要素点数

N	ls	nnls	総数
32	172	69	404
48	213	13	404
64	206	18	404
80	158	29	404
96	104	63	404
112	155	79	404
128	121	79	404
160	99	147	404
192	141	168	404
224	121	163	404
256	130	163	404

3.6.3 hpcmw-solver-test の評価結果

hpcmw-solver-test の評価結果を表 94，表 95，表 99 にまとめる．

図 22 は hpcmw-solver-test の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間である．ls は $N \geq 240$ で誤差が 18%以上，外挿範囲の $N = 510, 570$ では誤差が 40%を超えている．高橋⁵⁾の結果では，(準)最適構成の予測に成功していたが，本研究の実験では予測に失敗した．ls では HPL と同様， P の外挿範囲

で実行時間が小さく予測されているため、誤差が大きくなっている。図 24 は Pentium4 の $M_1 = 1$ の NP-T モデルである。 P の外挿範囲である $P = 12$ では、 $N \leq 300$ で予測時間が負の値になっている。 $M_2 = 1, M_3 = 1$ の NP-T モデルでも同様に破綻が生じているため、 P の大きい構成が最適構成として予測されている。 P についての実測値が $P_i = 2, 3, 4$ の 3 点しかないため、パラメータ抽出に失敗したと考えられる。 nnls は $N \geq 240$ で誤差は最大で 1% となっており、(準)最適構成が予測できている。

hpcmw-solver-test の予測時間と実測時間の相関係数を図 23、相関係数の要素点数を表 16 に示す。 ls は $N \geq 300$ で 0.5 を超えているが 0.8 を超える点はない。 nnls は $N \geq 120$ で 0.8 を超えており、ls よりも高い相関を示している。外挿範囲の $480 \leq N \leq 600$ でも高い値を維持しており精度はよいといえる。

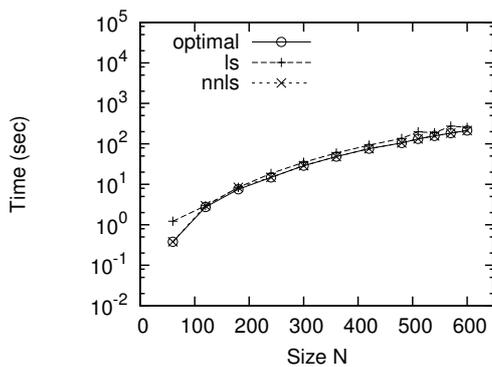


図 22 hpcmw-solver-test の実測時間

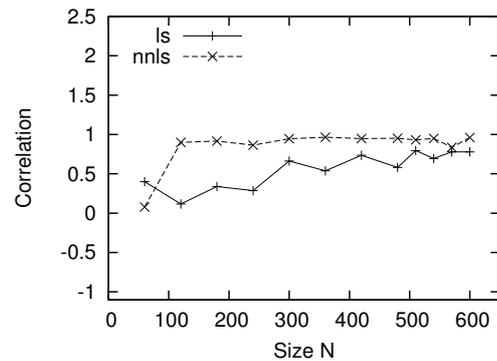


図 23 hpcmw-solver-test の相関係数

表 16 hpcmw-solver-test の相関係数の要素点数

N	ls	nnls	総数
60	75	60	198
120	110	113	243
180	100	97	240
240	83	71	251
300	60	43	198
360	104	92	285
420	68	61	256
480	70	74	246
510	34	31	142
540	68	65	235
570	32	29	140
600	70	67	238

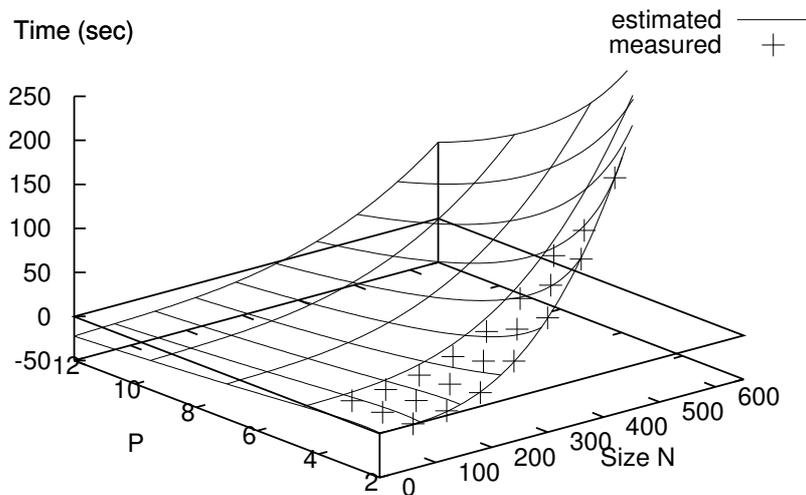


図 24 最小二乗法による Pentium4 $M_1 = 1$ の NP-T モデル

3.6.4 FFTE の評価結果

FFTE の評価結果を表 105 , 表 106 , 表 110 に示す .

図 25 は FFTE の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表示している . ls では内挿範囲 , 外挿範囲ともに予測に失敗しており , 高橋⁵⁾ の結果が再現されている . 外挿範囲の $2^{21} \leq N \leq 2^{23}$ についてみると , ls は誤差が 400% を超えており精度が悪いが , nnls は誤差が 12% 程度と改善されている . しかし ls , nnls とともに内挿範囲で誤差が 70% を超える点があり , 予測精度に問題がある .

$\tau \leq 3\hat{T}$ を満たす構成の相関係数を図 26 , 相関係数を求めるのに使用した構成の数を表 17 に示す . ls は外挿範囲の $2^{21} \leq N \leq 2^{23}$ で相関係数が急激に低下し , 0.2 を下回っている . nnls は内挿範囲の $2^{16} \leq N \leq 2^{20}$ では ls よりも相関係数が小さくなっているが , 外挿範囲の $2^{21} \leq N \leq 2^{23}$ では高い値となっている .

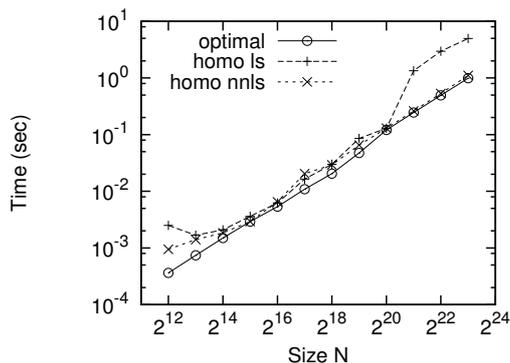


図 25 FFTE の実測時間

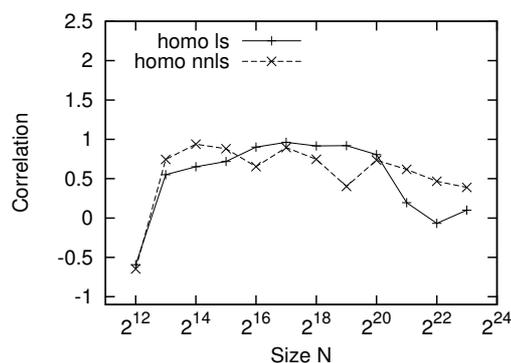


図 26 FFTE の相関係数

表 17 相関係数の要素点数

N	ls	nnls	総数
2^{12}	178	94	285
2^{13}	179	93	285
2^{14}	173	93	285
2^{15}	150	93	285
2^{16}	132	57	285
2^{17}	93	93	285
2^{18}	93	57	285
2^{19}	93	94	285
2^{20}	237	216	285
2^{21}	255	253	282
2^{22}	253	251	274
2^{23}	250	250	250

3.7 考察

ls は、評価 1 の HPL, hpcmw-solver-test では (準) 最適構成が予測できたが、それ以外では誤差が大きくなり、予測に失敗した。nnls は、評価 2 の FFTE 以外の全てで (準) 最適構成が予測できた。nnls は ls に比べて有効であるといえる。

Himeno BMT, FFTE では性能グリッチが発生したために ls ではモデルが破綻したが、nnls ではモデルの破綻はなかった。しかし、性能グリッチがパラメータ抽出に影響を及ぼし、実行時間が小さく見積もられるケースがあった。性能グリッチの原因としては、キャッシュメモリのスラッシングやメモリのバンク衝突が考えられるが、発生条件を解明することは困難である。さらなる精度向上には性能グリッチへのなんらかの対策が必要になるだろう。

また、ls では評価 2 の HPL, hpcmw-solver-test で P が大きい場合に負の実行

時間が予測されていた．nnls では負の実行時間は予測されておらず，改善されたといえる．評価 1 ではモデル構築に必要な実測値の測定に使用する PE の台数が多いため，負の実行時間が予測されなかったと考えられる．

また，本研究では実行時間は単調増加であると考え，全てのパラメータに $k_i \geq 0$ という制限を加えたが，応用によっては適切でない場合がある．例えば，バブルソートがそれにあたる．要素数 N のソートを行うときの比較回数は式 (7) となる．

$$f(N) = \frac{1}{2}N^2 - \frac{1}{2}N \quad (7)$$

式 (7) は $N \geq 1$ で単調増加するが，負の係数を含んでいる．非負最小二乗法で $\forall k_i \geq 0$ という制限を加えることで，本来負の値となる係数が 0 以上となってしまい，予測精度が悪くなる可能性が考えられる．こうした点を含めたパラメータ抽出法の改良が今後の課題である．

4 不均一クラスタからのモデル構築

4.1 既存手法の問題点

式(4)は N の3次式であるため,0次の項を含め N について最低でも4つ, P についても同様に最低でも3つの実測値が必要になる.通常 N は容易に変更できるため大きな問題ない.しかし, P の異なる実測値を得るにはPEの台数を変化させる必要があり,均一PE2台以上の実測値を必要とするため,最低でも4台の均一PEが必要となる.また,総プロセス数 P に制限がある場合には,それ以上の台数の均一PEが必要となる.例えば,FFTEでは P は2のべき乗に制限されるため, $M_i = 1$ で $P = 2, 4, 8$ の実測値を使用する.そのため,最低でも8台の均一PEを必要とする.

4.2 提案手法

本研究では,低速なPEを含む不均一クラスタの実行時間が,同数の低速なPEで構成される均一サブクラスタの実行時間と(ほぼ)同じであると仮定する.この仮定が成立すれば,低速なPEが1台以上含まれる不均一クラスタの実測値から低速なPEのみで構成される均一サブクラスタのモデルを構築することができる.

この手法では,高速なPEを利用して低速なPEのモデルを作成することができる.利用可能な高速なPEをすべてを使うことでパラメータ抽出に用いるデータ点数を増やし,モデル精度が向上することも期待できる.

しかし,不均一サブクラスタでは均一サブクラスタと通信のタイミングが異なり,通信時間が変動するために均一サブクラスタと実行時間が同じにならない可能性がある.この実行時間差がパラメータ抽出に影響し,予測精度が低下することが考えられる.均一サブクラスタから構築したモデルと同様の精度が得られるかについては,実応用を用いて評価する必要がある.

4.3 評価方法

評価環境は3章と同じく,表1の不均一クラスタを用いる.同様に表3の問題サイズで評価を行う.XeonおよびPentium 4のHyper Threadingを使用しない点についても同様である.評価対象にはHPL, Himeno BMT, hpcmw-solver-test, FFTEを用いる.パラメータ抽出には,3章で有効性が確認された非負最

hpcmw-solver-testでは N は P の倍数,FFTEでは N は2のべき乗である必要がある

小二乗法を用いる．

この節では，3章と同じく，PE 台数構成が異なる 2 つ環境で評価を行う．モデル構築に必要な実測値の測定構成および評価時の測定構成は 4.4 節と 4.5 節で述べる．

4.4 評価 1

この節ではプロセッサ 3 種類，8 台の不均一クラスタで評価を行う．評価は 3.5 節と同様の表 6 に示す構成で行う．

この節の実験では低速な PE を 1 台以上含む合計 8 台の PE を使って実行時間を測定し，実行時間予測モデルを構築する．モデル構築時の測定構成を表 18 に示す．不均一サブクラスタの実測値は台数構成を変えた 3 通りで測定し比較する． G_2 ， G_3 のモデルは不均一クラスタの実測値から構築するが，最も高速な G_1 のモデル構築には均一サブクラスタを使用する．

実測値の点数は 3.5 節と同様，HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test が $P_i = 2, \dots, 8$ の 7 点，FFTE が $P_i = 2, 4, 8$ の 3 点である．

表 18 モデル構築の測定構成

	G_1 のモデル	G_2 のモデル	G_3 のモデル
homo	Pentium4×8	Xeon×8	CeleronM×8
hetero1	Pentium4×8	Xeon×7，Pentium4×1	CeleronM×7，Pentium4×1
hetero4	Pentium4×8	Xeon×4，Pentium4×4	CeleronM×4，Pentium4×4
hetero7	Pentium4×8	Xeon×1，Pentium4×7	CeleronM×1，Pentium4×7

4.4.1 HPL の評価結果

HPL の評価結果を表 29，表 30，表 31，表 32，表 33 にまとめる．

HPL の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を図 27 に示す．homo，hetero1 は全ての N で最適構成が予測された．hetero4，hetero7 は $N = 3200$ で誤差 8% の準最適構成，それ以外では最適構成が予測された．4 つの手法とも外挿範囲でも精度がよく，同等の精度が得られている．

HPL の予測時間と実測時間の相関係数を図 28，相関係数の要素点数を表 19 に示す． $N \leq 800$ では $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が 3 点程度しかないため， $N \geq 1200$ に注目する．homo，hetero1，hetero4 は $N \geq 1600$ で 0.8 を超える高い相関が得られている．hetero7 は $N \geq 4800$ で徐々に相関係数が低下し， $N = 9600$ では 0.6 以下となっている．表 19 を見ると，hetero7 は $N \geq 4800$ で

条件を満たす構成が他に比べて多く、予測時間が小さく見積もられる構成が多いことが確認できる。

この原因は、モデル構築に使用する hetero7 の実行時間が homo の実行時間に比べて小さいために、予測時間を小さく見積もるモデルが抽出されたためだと考えられる。図 29 は $M_2 = 2$ のモデル構築に使用する $P = 16$ のときの実行時間である。hetero7 の実行時間は $N \geq 6400$ で homo よりも 30%以上小さくなっている。

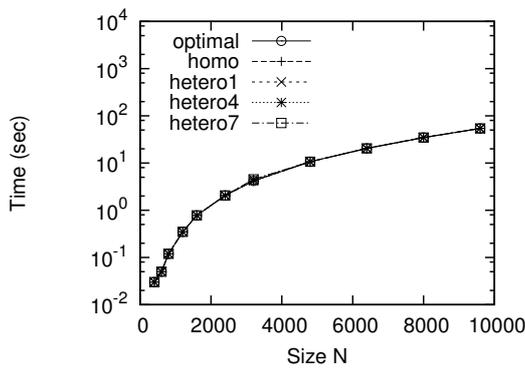


図 27 HPL の実測時間

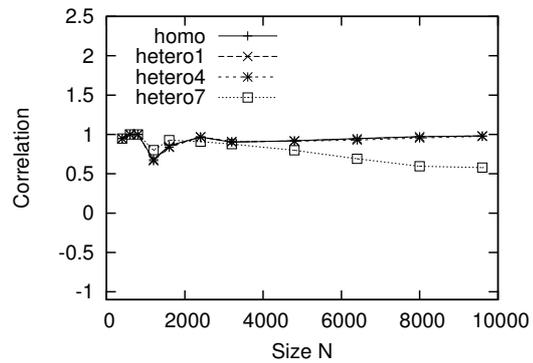


図 28 HPL の相関係数

表 19 HPL の相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero4	hetero7	総数
400	4	4	4	4	188
600	2	2	2	2	188
800	3	3	3	3	188
1200	12	12	14	15	188
1600	16	16	16	37	188
2400	25	25	31	37	188
3200	54	54	54	62	188
4800	55	55	55	107	188
6400	44	44	44	105	188
8000	35	35	44	95	188
9600	34	34	35	94	188

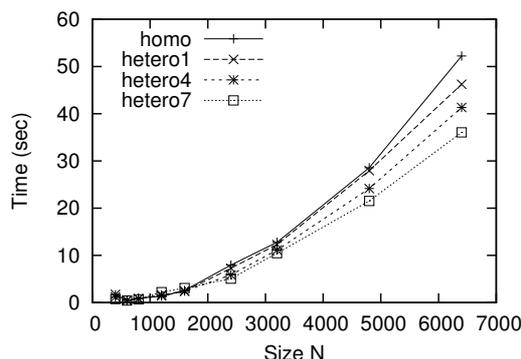


図 29 HPL の実行時間 (Xeon $M_i = 2$, $P = 16$)

4.4.2 Himeno BMT の評価結果

Himeno BMT の評価結果を表 40, 表 41, 表 42, 表 43, 表 44 に示す.

図 30 は Himeno BMT の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している. homo, hetero1 は $96 \leq N \leq 256$ で誤差は最大 7% と準最適構成が予測されている. $N \geq 112$ では最適構成が予測されており, 外挿範囲でも精度はよい. hetero4 は $96 \leq N \leq 256$ で誤差は最大で 28% とやや大きい, 外挿範囲の $224 \leq N \leq 256$ では最適構成が予測されている. hetero7 は hetero4 と同様に $96 \leq N \leq 256$ で誤差は最大で 28% だが, 外挿範囲の $N = 256$ では誤差は最大 23% と hetero4 と比べて大きくなっている.

Himeno BMT の予測時間と実測時間の相関係数を図 31, 相関係数の要素点数を表 20 に示す. $N \leq 64$ では $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が 5 点程度しかないが, $N \geq 80$ では 10 点以上確保できている. homo, hetero1, hetero4 は $N \geq 128$ で 0.7 を超える相関が得られているが, hetero7 は $N \geq 112$ で低下している. 表 20 を見ると, hetero7 は他に比べて $\tau \leq 2\hat{T}$ を満たす構成が多く, 実行時間が小さく予測される構成が多いことがわかる.

原因はこれまで同様, モデル構築に使用する実測値が異なるためである. 図 32 は $M_2 = 2$ のモデル構築に使用する $P = 16$ のときの実行時間である. hetero7 の実行時間は $N \geq 160$ で homo よりも 70% 以上小さくなっているため, 実行時間を小さく見積もるモデルが抽出されたと考えられる.

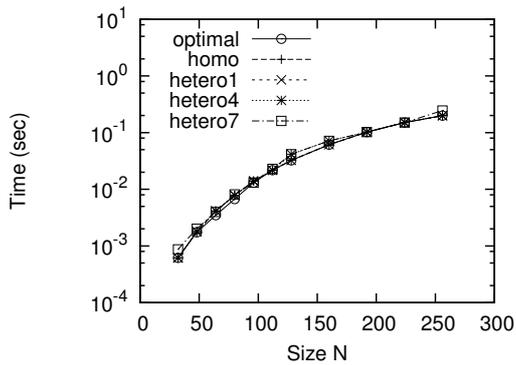


図 30 Himeno BMT の実測時間

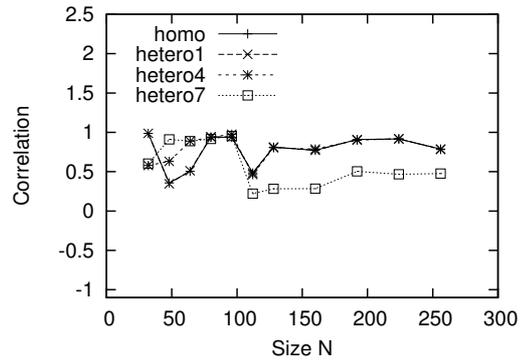


図 31 Himeno BMT の相関係数

表 20 Himeno BMT の相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero4	hetero7	総数
32	3	3	13	38	188
48	7	8	15	38	188
64	5	5	11	28	188
80	11	11	19	28	188
96	23	23	29	44	188
112	57	57	57	89	188
128	57	57	57	91	188
160	57	57	57	91	188
192	71	71	71	123	188
224	79	79	79	112	188
256	71	71	71	101	188

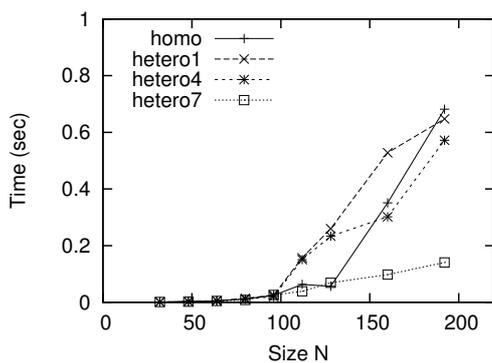


図 32 Himeno BMT の実行時間

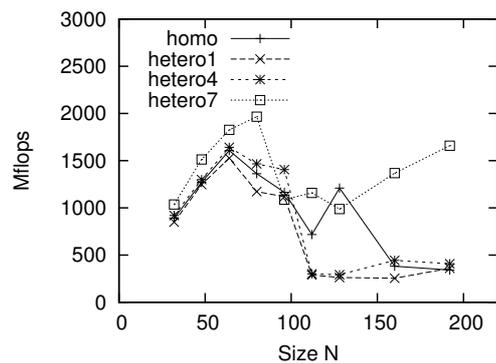


図 33 Himeno BMT の性能

4.4.3 hpcmw-solver-test の評価結果

hpcmw-solver-test の評価結果を表 51 , 表 52 , 表 53 , 表 54 , 表 55 にまとめる .

図 34 は hpcmw-solver-test の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間である．4 つの手法ともに $N \geq 180$ で最適構成が予測されており，外挿範囲の $480 \leq N \leq 600$ でも精度がよい．

hpcmw-solver-test の予測時間と実測時間の相関係数を図 35，相関係数の要素点数を表 21 に示す．条件を満たす構成は $N \geq 60$ で 10 点以上ある．4 つの手法ともに $N \geq 180$ で 0.8 を超える高い相関を示している．hpcmw-solver-test では HPL や Himeno BMT とは異なり，hetero7 でも homo とほぼ同等結果が得られている．

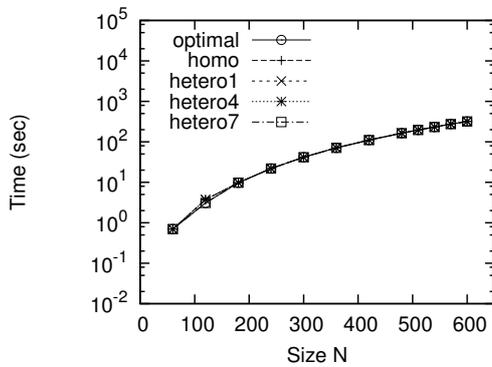


図 34 hpcmw-solver-test の実測時間

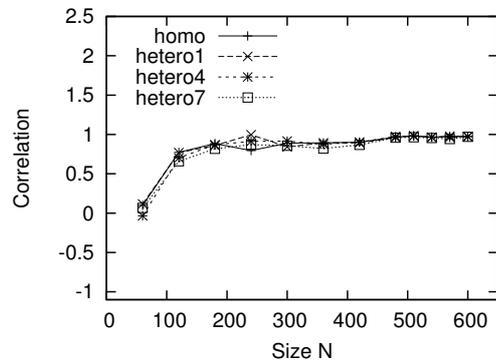


図 35 hpcmw-solver-test の相関係数

表 21 hpcmw-solver-test の相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero4	hetero7	総数
60	14	14	18	65	115
120	36	36	47	58	136
180	43	43	61	70	130
240	50	50	61	61	137
300	39	39	50	50	115
360	66	66	75	75	151
420	66	66	66	66	139
480	61	61	61	61	131
510	42	42	42	42	81
540	65	65	65	65	124
570	42	42	42	42	81
600	60	60	60	60	130

4.4.4 FFTE の評価結果

FFTE の評価結果を表 62，表 63，表 64，表 65，表 66 に示す．

図 36 は FFTE の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している。4つの手法ともに精度がよく、誤差は最大で2%程度に抑えられている。homo と hetero で同等の予測精度を示している。

FFTE の予測時間と実測時間の相関係数を図 37、相関係数の要素点数を表 22 に示す。FFTE では $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が少ないため、条件を $\tau \leq 3\hat{T}$ に緩和して相関係数を求めている。homo, hetero1 は $N = 2^{23}$ で0.1未満まで相関係数が低下しているが、hetero4, hetero7では0.9を超える高い相関が得られている。HPL, Himeno BMT ではhetero7で相関係数が低下していたが、FFTEでは逆にhomoで低下する結果となっている。

図 38 は $M_2 = 2$ のモデル構築に使用する $P = 16$ のときの実行時間、図 39 はそのときの性能を表している。4つの手法とも $N = 2^{19}$ で性能グリッチが発生しており、実行時間が大きくなっている。homo, hetero1 は $N = 2^{20}$ で性能が良くなっているため、 $N = 2^{19}$ から $N = 2^{20}$ にかけて実行時間が減少している。内挿範囲の N の大きい点でこのような実測値となったため、homo, hetero1 ではパラメータ抽出に失敗し hetero4, hetero7 に比べて精度が悪くなったと考えられる。

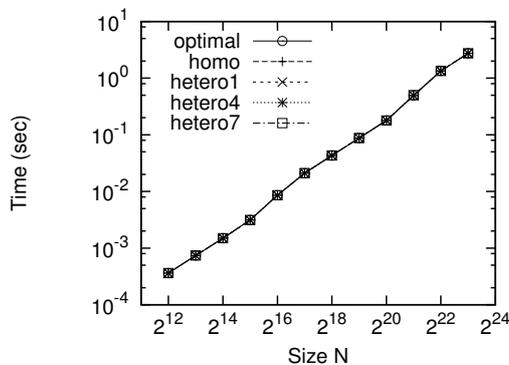


図 36 FFTE の実測時間

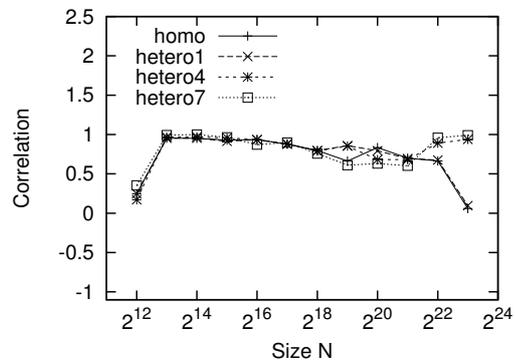


図 37 FFTE の相関係数

表 22 FFTE の相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero4	hetero7	総数
2^{12}	4	4	4	5	43
2^{13}	3	3	3	4	43
2^{14}	3	3	3	4	43
2^{15}	3	16	3	4	43
2^{16}	15	15	15	15	43
2^{17}	19	19	19	19	43
2^{18}	23	23	23	23	43
2^{19}	32	23	23	32	43
2^{20}	32	32	32	32	43
2^{21}	39	39	39	39	40
2^{22}	32	32	32	32	32
2^{23}	14	14	14	14	14

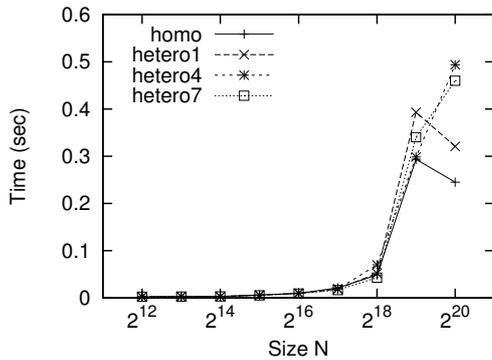


図 38 FFTE の実行時間

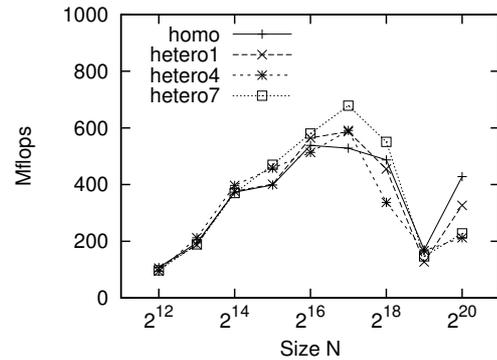


図 39 FFTE の性能

4.5 評価 2

この節では 3.6 節と同様，高橋⁵⁾と同じ台数構成の不均一クラスタで評価を行う．HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test の測定構成を表 12，FFTE の測定構成を表 13 に示す．組合せ総数は HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test では 404 通り，FFTE はプロセス数に制限があるため 285 通りとなる．

この節の実験では 3.6 節と同様， P について 3 点の実測値を使って実行時間予測モデルを構築する．HPL，Himeno BMT，hpcmw-solver-test は低速な PE を 1 台以上含む合計 4 台の PE を使用し $P_i = 2, 3, 4$ の実測値でモデルを構築する．FFTE は低速な PE を 1 台以上含む合計 8 台の PE を使用し $P_i = 2, 4, 8$ の実測値でモデルを構築する．

不均一サブクラスタの実測値は台数構成を変えた 3 通りで測定し比較する．

HPL, HimenoBMT, hpcmw-solver-test のモデル構築に必要な実測値の測定は表 23 の構成で行う。FFTE の測定構成は 3.6 節と同様、表 18 の構成である。

表 23 HPL, HimenoBMT, hpcmw-solver-test のモデル構築の測定構成

	G_1 のモデル	G_2 のモデル	G_3 のモデル
homo	Pentium4×4	Xeon×4	CeleronM×4
hetero1	Pentium4×4	Xeon×3, Pentium4×1	CeleronM×3, Pentium4×1
hetero2	Pentium4×4	Xeon×2, Pentium4×2	CeleronM×2, Pentium4×2
hetero3	Pentium4×4	Xeon×1, Pentium4×3	CeleronM×1, Pentium4×3

4.5.1 HPL の評価結果

HPL の評価結果を表 73, 表 74, 表 75, 表 76, 表 77 に示す。

図 40 は HPL の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している。4つの手法とも全ての N で (準) 最適構成の予測に成功している。誤差は最大でも 4%以内に抑えられており精度はよい。homo と hetero で同程度の精度が得られている。

HPL の予測時間と実測時間の相関係数を図 41, 相関係数の要素点数を表 24 に示す。 $N \leq 800$ では $\tau \leq 2\hat{T}$ の条件を満たす構成が 4 点程度しかないため、 $N \geq 1200$ に注目する。4つの手法とも $N \geq 3200$ で相関係数が 0.5 を超えており、極端な精度低下はみられない。

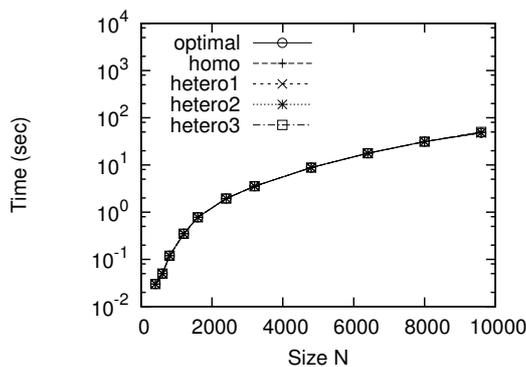


図 40 HPL の実測時間

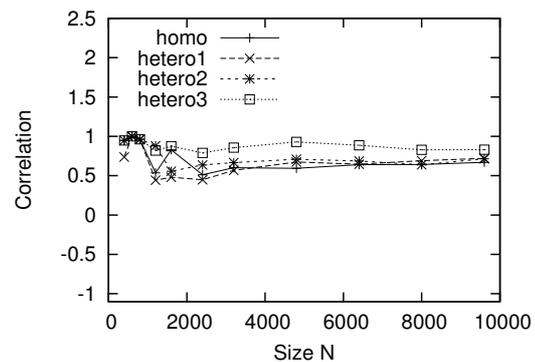


図 41 HPL の相関係数

表 24 相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero2	hetero3	総数
400	4	6	4	4	404
600	2	2	2	2	404
800	4	4	4	4	404
1200	25	25	75	22	404
1600	91	127	128	121	404
2400	113	127	137	115	404
3200	96	112	117	104	404
4800	69	94	101	88	404
6400	198	222	222	177	404
8000	200	200	224	208	404
9600	156	198	215	241	404

4.5.2 Himeno BMT の評価結果

Himeno BMT の評価結果を表 84, 表 85, 表 86, 表 87, 表 88 にまとめる.

図 42 は Himeno BMT の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間である. homo, hetero1, hetero2 は $N \geq 64$ で最適構成が予測できている. hetero3 では $N = 128$ で誤差が 80% を超え, 予測に失敗している.

Himeno BMT の予測時間と実測時間の相関係数を図 43, 相関係数の要素点数を表 25 に示す. homo, hetero1, hetero2 は $N \geq 160$ で 0.8 を超えており精度がよい. hetero3 は $N \geq 112$ で 0.6 未満と精度が悪い. 表 25 を見ると hetero3 は他に比べて $\tau \leq 2T_{opt}$ の条件を満たす構成が多く, 実行時間を小さく見積もる場合が多いことが確認できる.

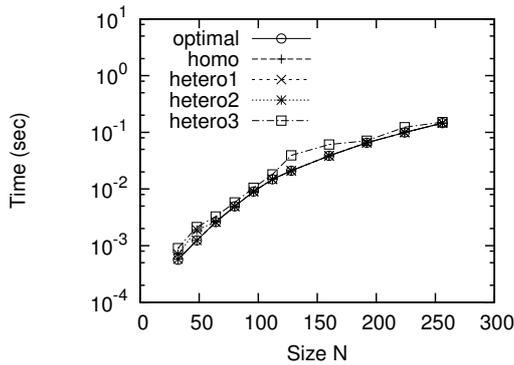


図 42 Himeno BMT の実測時間

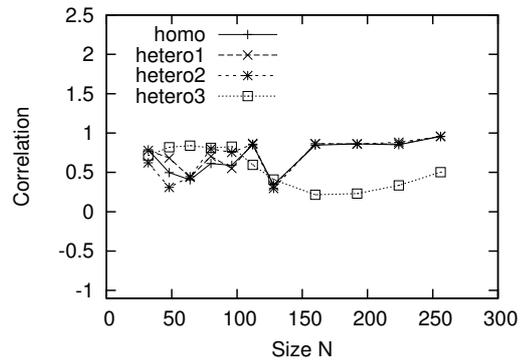


図 43 Himeno BMT の相関係数

表 25 相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero2	hetero3	総数
32	69	69	85	186	404
48	13	13	47	139	404
64	18	15	42	105	404
80	29	43	59	106	404
96	63	59	79	106	404
112	79	79	79	115	404
128	79	79	79	106	404
160	147	143	147	196	404
192	168	168	168	221	404
224	163	163	163	222	404
256	163	163	163	209	404

4.5.3 hpcmw-solver-test の評価結果

hpcmw-solver-test の評価結果を表 95 , 表 96 , 表 97 , 表 98 , 表 99 に示す .

図 44 は hpcmw-solver-test の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を表している . 4 つの手法すべてにおいて $N \geq 240$ で誤差が 1% 未満となっており , 非常に精度がよい .

hpcmw-solver-test の予測時間と実測時間の相関係数を図 45 , 相関係数の要素点数を表 26 に示す . 4 つの手法ともに $N \geq 120$ で相関係数が 0.8 を超えており , homo と hetero で同等の精度を示している .

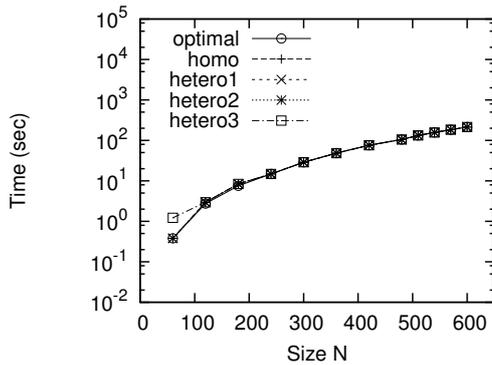


図 44 hpcmw-solver-test の実測時間

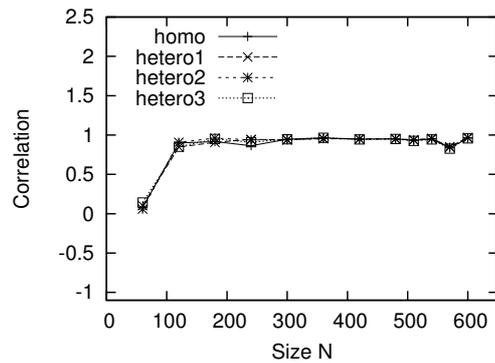


図 45 hpcmw-solver-test の相関係数

表 26 hpcmw-solver-test の相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero4	hetero7	総数
60	60	60	60	61	198
120	113	120	112	139	243
180	97	97	87	97	240
240	71	64	64	78	251
300	43	43	36	43	198
360	92	92	92	92	285
420	61	61	61	61	256
480	74	74	74	74	246
510	31	31	31	31	142
540	65	65	65	65	235
570	29	29	29	29	140
600	67	67	67	67	238

4.5.4 FFTE の評価結果

FFTE の評価結果を表 106 , 表 107 , 表 108 , 表 109 , 表 110 にまとめる .

FFTE の予測最適構成の実測時間と実測最適構成の実測時間を図 46 に示す . 4 つの手法ともに内挿範囲で誤差が 70% を超える点があり予測精度に問題がある . しかし , 全ての N で予測した構成は同じであり , homo と hetero で同程度の精度が得られている .

FFTE の予測時間と実測時間の相関係数を図 47 , 相関係数の要素点数を表 27 に示す . FFTE では $N \geq 2^{12}$ で $\tau \leq 3T_{opt}$ を満たす構成は 10 点以上存在する . $N = 2^{16}$ と $N = 2^{19}$ で homo の相関係数が低下している点を除き , 全ての手法ともにほぼ同じ相関係数が得られている .

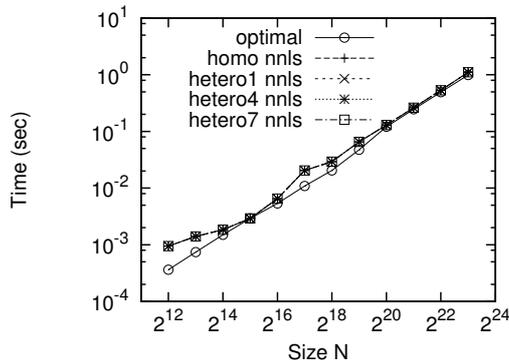


図 46 FFTE の実測時間

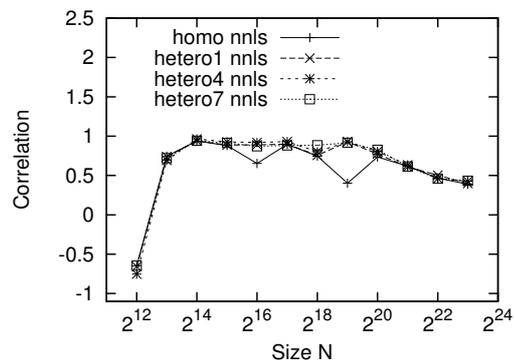


図 47 FFTE の相関係数

表 27 相関係数の要素点数

N	homo	hetero1	hetero4	hetero7	総数
2^{12}	94	94	94	98	285
2^{13}	93	93	93	97	285
2^{14}	93	93	93	97	285
2^{15}	93	93	93	93	285
2^{16}	57	93	93	93	285
2^{17}	93	93	93	93	285
2^{18}	57	57	57	93	285
2^{19}	94	93	93	93	285
2^{20}	216	216	151	139	285
2^{21}	253	231	231	154	282
2^{22}	251	251	229	152	274
2^{23}	250	250	228	147	250

4.6 考察

最適構成の予測精度については、評価 1 の HPL, hpcmw-solver-test, FFTE, 評価 2 の HPL, hpcmw-solver-test では 4 つの方法全てで (準) 最適構成が予測できた。評価 2 の FFTE では誤差が大きくなる場合があったが homo と hetero で同一の構成が予測された。HPL, hpcmw-solver-test, FFTE においては homo と hetero は同等の予測精度を持つといえるだろう。Himeno BMT は、評価 1 の hetero4 と hetero7, 評価 2 の hetero3 で誤差が大きくなる結果となった。この原因は高速 PE を多く含む構成の実行時間と均一 PE の実行時間に差が生じたことにある。高速な PE を含む場合では通信タイミングが変わり通信時間が変化することが考えられる。この結果、抽出されるモデルに差が生じ、予測精度が低下したと推測される。

実行時間の予測精度については、hpcmw-solver-test では、4 つの方法すべてで同等の予測精度を示した。評価 1 の HPL と Himeno BMT, 評価 2 の Himeno BMT では hetero7 で実行時間が小さく予測されるケースが多く、相関係数が低下した。HPL と Himeno BMT では高速な PE を多く含む場合に実測値が小さくなり、予測精度が悪くなったと考えられる。通信時間がほとんどない hpcmw-solver-test では、homo と hetero で実行時間がほぼ同一となったため、同等の精度をもつモデルが構築できたと推測される。

5 おわりに

本研究では、非負最小二乗法を用いることでモデルの破綻を抑制し、予測精度の向上を試みた。従来手法では予測に失敗していた Himeno BMT についても(準)最適構成の予測に成功し、有効性が確認できた。ただし、FFTE は PE 台数の多い構成(3種類, 24台)では、精度の改善は見られたが(準)最適構成の予測には失敗した。さらなる精度向上が今後の課題である。

本研究では、不均一クラスタからモデル構築する手法を提案し、均一クラスタからモデルを構築した場合と同等の精度が得られることを示した。この手法は不均一クラスタにおける性能のボトルネックを利用するため、最も高速な PE に対しては適用できない。高速な PE のモデルの構築が今後の課題である。

NP-T モデルは均一なネットワークを仮定しているため、本研究では全ての PE が 1 台のスイッチに接続され、NIC が 1000BASE-T に統一されている均一なネットワーク環境下で評価を行った。しかし、PE の台数が大きくなると 1 台のスイッチに全ての PE を接続することは困難であるため、スイッチが多段になる場合などの通信不均一な環境を考慮する必要がある。本研究ではモデル自体の変更は行わず、構築方法を変えることで不均一クラスタからのモデル構築と予測精度の向上を図ったが、通信をモデル化するにはこのような方法だけでは対応は難しい。通信を考慮した新たなモデル構築が今後の課題である。

謝辞

修士論文をまとめるにあたり、お世話になった方々に感謝いたします。岸本芳典先輩は、不均一クラスタの実行時間予測モデルを考案し、本研究につながる一連の基礎を築いてくださいました。高橋翔先輩は、岸本先輩の研究を引き継いで優れた結果を残すとともに、クラスタに関する多くの事を教えてくださいました。また、秋中昌訓君をはじめ、研究室の皆様にはご迷惑をかけることもありました。心から深く感謝いたします。最後に、2年間に渡り、いろいろと多くのことを指導して下さった市川周一助教授に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Kishimoto, Y. and Ichikawa S.: Optimizing the Configuration of a Heterogeneous Cluster with Multiprocessing and Execution-Time Estimation, *Parallel Computing*, Vol.31, No.7, pp.691–710 (2005).
- 2) 岸本芳典, 市川周一: 不均一クラスタ上での実行時間予測モデルとその改良, *情報処理学会研究報告 2004-HPC-97*, pp.73–78 (2004).
- 3) 岸本芳典: 不均一クラスタ上での実行時間予測モデルとその評価, *豊橋技術科学大学知識情報工学専攻修士論文* (2004).
- 4) 高橋翔, 市川周一: 不均一クラスタの最適構成予測モデルの各応用への適用と評価, *情報処理学会研究報告 2006-HPC-105*, pp.97–102 (2006).
- 5) 高橋翔: 不均一クラスタにおける最適構成予測手法の適用と評価, *豊橋技術科学大学知識情報工学専攻修士論文* (2006).
- 6) 笹生健, 松岡聡, 建部修見: ヘテロなクラスタ環境における並列 LINPACK の最適化, *情報処理学会研究報告 2001-HPC-86*, pp.49-54 (2001).
- 7) Petitet, A., Whaley, R. C., Dongarra, J. and Cleary, A.: HPL – A Portable Implementation of the High-Performance Linpack Benchmark for Distributed-Memory Computers, <http://www.netlib.org/benchmark/hpl/>.
- 8) 姫野龍太郎: Himeno BMT, <http://accr.riken.jp/HPC/HimenoBMT/>.
- 9) 高度情報科学技術研究機構 (RIST): HPC-MW 検証ツール hpcmw-solver-test, <http://hpcmw.tokyo.rist.or.jp/>.
- 10) Takahashi, D.: FFTE: A Fast Fourier Transform Package, <http://www.ffte.jp/>.
- 11) Gropp, W., et al: MPICH, <http://www-unix.mcs.anl.gov/mpi/mpich1/>.
- 12) Lawson, C. L. and Hanson, R. J.: Solving Least Squares Problems (Prentice-Hall Series in Automatic Computation), Prentice Hall (1974).
- 13) Free Software Foundation: GSL – GNU scientific library, <http://www.gnu.org/software/gsl/>.

付録

A.1 評価1の測定データ

表 28 HPL の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	0,0,2,2,0,0	-0.43	0.27	1,1,0,0,0,0	0.03	-15.218	8.000
600	0,0,2,2,0,0	-0.10	0.59	1,1,0,0,0,0	0.05	-3.074	10.800
800	1,1,0,0,0,0	0.12	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	-0.007	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.082	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.064	0.000
2400	2,1,0,0,0,0	2.12	2.06	2,1,0,0,0,0	2.06	0.027	0.000
3200	2,1,0,0,0,0	4.23	4.17	2,1,0,0,0,0	4.17	0.014	0.000
4800	2,1,4,1,0,0	11.04	10.68	2,1,4,1,0,0	10.68	0.033	0.000
6400	2,1,4,1,0,0	21.20	20.51	2,1,4,1,0,0	20.51	0.034	0.000
8000	2,1,4,1,0,0	35.86	34.78	2,1,4,1,0,0	34.78	0.031	0.000
9600	2,1,4,1,0,0	55.77	54.20	2,1,4,1,0,0	54.20	0.029	0.000

表 29 HPL の予測結果, homo, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	2,1,0,0,0,0	2.33	2.06	2,1,0,0,0,0	2.06	0.130	0.000
3200	2,1,0,0,0,0	4.57	4.17	2,1,0,0,0,0	4.17	0.096	0.000
4800	2,1,4,1,0,0	11.01	10.68	2,1,4,1,0,0	10.68	0.031	0.000
6400	2,1,4,1,0,0	21.11	20.51	2,1,4,1,0,0	20.51	0.029	0.000
8000	2,1,4,1,0,0	35.54	34.78	2,1,4,1,0,0	34.78	0.022	0.000
9600	2,1,4,1,0,0	54.94	54.20	2,1,4,1,0,0	54.20	0.014	0.000

表30 HPLの予測結果, hetero1, nmls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	2,1,0,0,0,0	2.33	2.06	2,1,0,0,0,0	2.06	0.130	0.000
3200	2,1,0,0,0,0	4.57	4.17	2,1,0,0,0,0	4.17	0.096	0.000
4800	2,1,4,1,0,0	11.00	10.68	2,1,4,1,0,0	10.68	0.030	0.000
6400	2,1,4,1,0,0	21.10	20.51	2,1,4,1,0,0	20.51	0.029	0.000
8000	2,1,4,1,0,0	35.52	34.78	2,1,4,1,0,0	34.78	0.021	0.000
9600	2,1,4,1,0,0	54.91	54.20	2,1,4,1,0,0	54.20	0.013	0.000

表31 HPLの予測結果, hetero4, nmls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	2,1,0,0,0,0	2.33	2.06	2,1,0,0,0,0	2.06	0.130	0.000
3200	2,1,4,1,0,0	4.52	4.51	2,1,0,0,0,0	4.17	0.084	0.082
4800	2,1,4,1,0,0	10.89	10.68	2,1,4,1,0,0	10.68	0.020	0.000
6400	2,1,4,1,0,0	20.91	20.51	2,1,4,1,0,0	20.51	0.019	0.000
8000	2,1,4,1,0,0	35.21	34.78	2,1,4,1,0,0	34.78	0.012	0.000
9600	2,1,4,1,0,0	54.45	54.20	2,1,4,1,0,0	54.20	0.005	0.000

表32 HPLの予測結果, hetero7, nmls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	2,1,0,0,0,0	2.33	2.06	2,1,0,0,0,0	2.06	0.130	0.000
3200	2,1,4,1,0,0	4.17	4.51	2,1,0,0,0,0	4.17	-0.001	0.082
4800	2,1,4,1,0,0	10.02	10.68	2,1,4,1,0,0	10.68	-0.062	0.000
6400	2,1,4,1,0,0	19.40	20.51	2,1,4,1,0,0	20.51	-0.054	0.000
8000	2,1,4,1,0,0	33.04	34.78	2,1,4,1,0,0	34.78	-0.050	0.000
9600	2,1,4,1,0,0	51.69	54.20	2,1,4,1,0,0	54.20	-0.046	0.000

表 33 HPL の相関係数

N	homo ls	homo npls	hetero1 npls	hetero4 npls	hetero7 npls
400	-0.954603955	0.948683298	0.948683298	0.948683298	0.948683298
600	-0.969922505	1.000000000	1.000000000	1.000000000	1.000000000
800	0.983488486	1.000000000	1.000000000	1.000000000	1.000000000
1200	0.726859524	0.679269743	0.679269743	0.665902075	0.799921855
1600	0.957364627	0.857642417	0.843074316	0.836562707	0.927645268
2400	0.971793637	0.966774858	0.967779698	0.967970586	0.908344503
3200	0.896738334	0.902115243	0.904584990	0.909428075	0.876180104
4800	0.901841739	0.920087572	0.918879749	0.913735626	0.797930876
6400	0.944375854	0.946894637	0.944687834	0.929815281	0.690407733
8000	0.967846436	0.972001192	0.970132726	0.955285831	0.595807054
9600	0.976480306	0.981617790	0.980890888	0.975939687	0.578670207

表 34 HPL の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_1 = 1$	1.536527e-010	-1.658552e-007	-5.053040e-004	2.663958e-001	-1.596668e-009
$M_1 = 2$	1.622985e-010	-3.381667e-007	4.164494e-003	-5.772236e+000	-1.572979e-008
$M_1 = 3$	3.908584e-010	-8.725211e-007	3.666870e-003	-3.543736e+000	-3.460503e-009
$M_2 = 1$	1.821177e-010	-2.039577e-007	-2.158758e-004	4.592051e-002	-6.173489e-009
$M_2 = 2$	3.213582e-010	1.078112e-005	3.191831e-002	-4.017809e+001	7.989096e-008
$M_3 = 1$	5.285442e-010	-2.072279e-008	-1.005148e-003	2.314822e-001	-4.720571e-009
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_1 = 1$	8.704807e-006	1.120318e-002	2.090149e-007	3.710705e-004	-1.359169e-001
$M_1 = 2$	2.195233e-004	-1.491580e-001	7.673278e-007	-1.897006e-003	2.089296e+000
$M_1 = 3$	1.722585e-004	-8.431085e-002	9.492803e-007	-1.205714e-003	1.052508e+000
$M_2 = 1$	1.708620e-005	2.669397e-002	3.673898e-007	8.926654e-005	-6.301477e-002
$M_2 = 2$	5.972591e-004	-5.885443e-001	-6.498036e-007	-1.118051e-002	1.191338e+001
$M_3 = 1$	3.523574e-005	2.498508e-003	3.945112e-007	2.844571e-004	4.186722e-004

表 35 HPL の NP-T モデルの係数, homo, npls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_1 = 1$	1.250490e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	2.067964e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	4.157568e-009
$M_1 = 3$	3.589336e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	9.756250e-009
$M_2 = 1$	1.577373e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	1.843570e-009
$M_2 = 2$	6.702845e-010	5.063502e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	4.119109e-008
$M_3 = 1$	5.141148e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	6.939312e-010
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_1 = 1$	2.560516e-005	1.501254e-002	2.273471e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	8.386126e-005	0.000000e+000	4.858646e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 3$	8.759763e-005	0.000000e+000	7.425513e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	3.404290e-006	2.942629e-002	3.286478e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	3.489863e-002	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	3.681901e-005	1.766291e-002	3.876956e-007	0.000000e+000	0.000000e+000

表 36 HPL の NP-T モデルの係数, hetero1, npls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_2 = 1$	1.572027e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	1.648738e-009
$M_2 = 2$	6.639644e-010	5.220263e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	3.714312e-008
$M_3 = 1$	5.104175e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_2 = 1$	2.535038e-006	2.986825e-002	3.308793e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	3.913955e-006	3.669667e-002	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	2.258038e-005	3.043318e-002	4.043179e-007	0.000000e+000	0.000000e+000

表 37 HPL の NP-T モデルの係数, hetero4, npls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_2 = 1$	1.569139e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	7.472628e-010	5.101111e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	1.571073e-008
$M_3 = 1$	5.217079e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_2 = 1$	4.017105e-006	2.523350e-002	3.356007e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	5.357679e-005	8.047608e-003	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	3.469425e-002	3.709927e-007	8.437152e-005	0.000000e+000

表 38 HPL の NP-T モデルの係数, hetero7, npls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_2 = 1$	1.801291e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	2.049184e-009
$M_2 = 2$	2.094969e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	7.365332e-009
$M_3 = 1$	5.364419e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	2.178140e-009
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_2 = 1$	2.328516e-005	1.738853e-002	2.447079e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	3.599043e-005	1.683768e-002	6.155140e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.178814e-005	2.962144e-002	2.635233e-007	0.000000e+000	0.000000e+000

表 39 Himeno BMT の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	1,3,0,0,0,0	-6.12e-003	1.08e-003	2,1,0,0,0,0	6.14e-004	-10.965	0.750
48	0,0,2,2,0,0	-7.02e-002	4.84e-003	2,2,4,1,2,1	1.74e-003	-41.332	1.781
64	0,0,2,2,0,0	-1.70e-001	1.30e-002	2,2,4,1,2,1	3.49e-003	-49.675	2.732
80	0,0,2,2,0,0	-1.29e-001	2.48e-002	2,2,4,1,2,1	6.70e-003	-20.239	2.707
96	0,0,2,2,0,0	8.72e-003	5.09e-002	2,1,4,1,2,1	1.31e-002	-0.333	2.894
112	2,1,0,0,0,0	2.16e-002	2.17e-002	2,1,0,0,0,0	2.17e-002	-0.003	0.000
128	2,1,0,0,0,0	3.22e-002	3.24e-002	2,1,0,0,0,0	3.24e-002	-0.006	0.000
160	2,1,0,0,0,0	6.26e-002	6.14e-002	2,1,0,0,0,0	6.14e-002	0.019	0.000
192	2,1,0,0,0,0	1.08e-001	1.07e-001	2,1,4,1,2,1	1.02e-001	0.052	0.046
224	0,0,2,2,0,0	-6.88e-001	8.28e-001	2,1,4,1,2,1	1.51e-001	-5.571	4.497
256	0,0,2,2,0,0	-2.97e+000	1.28e+000	2,2,4,1,2,1	1.99e-001	-15.906	5.414

表 40 Himeno BMT の予測結果 , homo , nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	2,1,0,0,0,0	8.68e-004	6.14e-004	2,1,0,0,0,0	6.14e-004	0.414	0.000
48	2,1,0,0,0,0	2.44e-003	1.79e-003	2,2,4,1,2,1	1.74e-003	0.399	0.031
64	2,1,0,0,0,0	5.18e-003	4.14e-003	2,2,4,1,2,1	3.49e-003	0.486	0.187
80	2,1,0,0,0,0	9.44e-003	7.78e-003	2,2,4,1,2,1	6.70e-003	0.409	0.162
96	2,1,0,0,0,0	1.55e-002	1.40e-002	2,1,4,1,2,1	1.31e-002	0.186	0.070
112	2,1,0,0,0,0	2.37e-002	2.17e-002	2,1,0,0,0,0	2.17e-002	0.095	0.000
128	2,1,0,0,0,0	3.44e-002	3.24e-002	2,1,0,0,0,0	3.24e-002	0.063	0.000
160	2,1,0,0,0,0	6.45e-002	6.14e-002	2,1,0,0,0,0	6.14e-002	0.049	0.000
192	2,1,4,1,2,1	1.06e-001	1.02e-001	2,1,4,1,2,1	1.02e-001	0.039	0.000
224	2,1,4,1,2,1	1.61e-001	1.51e-001	2,1,4,1,2,1	1.51e-001	0.068	0.000
256	2,2,4,1,2,1	2.21e-001	1.99e-001	2,2,4,1,2,1	1.99e-001	0.109	0.000

表 41 Himeno BMT の予測結果 , hetero1 , nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	2,1,0,0,0,0	8.68e-004	6.14e-004	2,1,0,0,0,0	6.14e-004	0.414	0.000
48	2,1,0,0,0,0	2.44e-003	1.79e-003	2,2,4,1,2,1	1.74e-003	0.399	0.031
64	2,1,0,0,0,0	5.18e-003	4.14e-003	2,2,4,1,2,1	3.49e-003	0.486	0.187
80	2,1,0,0,0,0	9.44e-003	7.78e-003	2,2,4,1,2,1	6.70e-003	0.409	0.162
96	2,1,0,0,0,0	1.55e-002	1.40e-002	2,1,4,1,2,1	1.31e-002	0.186	0.070
112	2,1,0,0,0,0	2.37e-002	2.17e-002	2,1,0,0,0,0	2.17e-002	0.095	0.000
128	2,1,0,0,0,0	3.44e-002	3.24e-002	2,1,0,0,0,0	3.24e-002	0.063	0.000
160	2,1,0,0,0,0	6.45e-002	6.14e-002	2,1,0,0,0,0	6.14e-002	0.049	0.000
192	2,1,4,1,2,1	1.06e-001	1.02e-001	2,1,4,1,2,1	1.02e-001	0.038	0.000
224	2,1,4,1,2,1	1.61e-001	1.51e-001	2,1,4,1,2,1	1.51e-001	0.067	0.000
256	2,2,4,1,2,1	2.21e-001	1.99e-001	2,2,4,1,2,1	1.99e-001	0.109	0.000

表 42 Himeno BMT の予測結果 , hetero4 , nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	2,1,0,0,0,0	8.68e-004	6.14e-004	2,1,0,0,0,0	6.14e-004	0.414	0.000
48	2,1,0,0,0,0	2.44e-003	1.79e-003	2,2,4,1,2,1	1.74e-003	0.399	0.031
64	2,1,0,0,0,0	5.18e-003	4.14e-003	2,2,4,1,2,1	3.49e-003	0.486	0.187
80	2,1,0,0,0,0	9.44e-003	7.78e-003	2,2,4,1,2,1	6.70e-003	0.409	0.162
96	2,1,0,0,0,0	1.55e-002	1.40e-002	2,1,4,1,2,1	1.31e-002	0.186	0.070
112	2,1,0,0,0,0	2.37e-002	2.17e-002	2,1,0,0,0,0	2.17e-002	0.095	0.000
128	2,1,4,1,2,1	3.39e-002	4.15e-002	2,1,0,0,0,0	3.24e-002	0.048	0.283
160	2,1,4,1,2,1	6.16e-002	7.17e-002	2,1,0,0,0,0	6.14e-002	0.002	0.167
192	2,1,4,1,2,1	1.01e-001	1.02e-001	2,1,4,1,2,1	1.02e-001	-0.014	0.000
224	2,1,4,1,2,1	1.54e-001	1.51e-001	2,1,4,1,2,1	1.51e-001	0.024	0.000
256	2,2,4,1,2,1	2.21e-001	1.99e-001	2,2,4,1,2,1	1.99e-001	0.109	0.000

表 43 Himeno BMT の予測結果, hetero7, nls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	2,1,4,1,2,1	5.48e-004	8.72e-004	2,1,0,0,0,0	6.14e-004	-0.108	0.419
48	2,1,4,1,2,1	1.46e-003	2.01e-003	2,2,4,1,2,1	1.74e-003	-0.162	0.153
64	2,1,4,1,2,1	3.28e-003	3.98e-003	2,2,4,1,2,1	3.49e-003	-0.058	0.140
80	2,1,4,1,2,1	6.21e-003	8.14e-003	2,2,4,1,2,1	6.70e-003	-0.073	0.215
96	2,1,4,1,2,1	1.05e-002	1.31e-002	2,1,4,1,2,1	1.31e-002	-0.197	0.000
112	2,1,4,1,2,1	1.64e-002	2.29e-002	2,1,0,0,0,0	2.17e-002	-0.243	0.058
128	2,1,4,1,2,1	2.42e-002	4.15e-002	2,1,0,0,0,0	3.24e-002	-0.254	0.283
160	2,1,4,1,2,1	4.64e-002	7.17e-002	2,1,0,0,0,0	6.14e-002	-0.245	0.167
192	2,1,4,1,2,1	7.92e-002	1.02e-001	2,1,4,1,2,1	1.02e-001	-0.226	0.000
224	2,1,4,1,2,1	1.25e-001	1.51e-001	2,1,4,1,2,1	1.51e-001	-0.172	0.000
256	2,1,4,1,2,1	1.85e-001	2.45e-001	2,2,4,1,2,1	1.99e-001	-0.073	0.230

表 44 Himeno BMT の相関係数

N	homo ls	homo nls	hetero1 nls	hetero4 nls	hetero7 nls
32	-0.255589146	0.987654821	0.987654821	0.579068981	0.603958254
48	-0.309244687	0.356947498	0.345948287	0.630619377	0.909959798
64	-0.383836129	0.504025873	0.511308965	0.888034472	0.887851644
80	-0.305875359	0.938195489	0.944135632	0.937909051	0.916788593
96	-0.267875589	0.937388385	0.940409376	0.975939658	0.952567939
112	0.621320065	0.483676826	0.483652636	0.462801608	0.222037535
128	0.863867636	0.812493808	0.812946454	0.804645344	0.282400104
160	0.814678798	0.770667123	0.770877852	0.787281474	0.285189024
192	0.529856803	0.908259383	0.908548964	0.901293333	0.504425716
224	-0.136846248	0.916653524	0.916855520	0.918139215	0.467540492
256	-0.306272537	0.787147098	0.787198617	0.781487428	0.477092474

表 45 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	2.945607e-008	-1.419387e-006	1.332722e-004	-1.802084e-002
$M_1 = 2$	-2.631188e-007	8.748235e-005	-8.557050e-003	2.990902e-001
$M_1 = 3$	-4.467610e-007	1.556634e-004	-1.592295e-002	6.937027e-001
$M_2 = 1$	7.207429e-008	6.587163e-006	-1.385141e-003	9.204634e-002
$M_2 = 2$	-7.153140e-006	2.448508e-003	-2.580271e-001	7.352190e+000
$M_3 = 1$	1.092448e-007	-3.964721e-006	-4.442410e-004	2.977065e-002
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	8.063727e-007	-6.438932e-005	1.115785e-002	-3.892551e-003
$M_1 = 2$	4.647307e-006	-1.836202e-004	-2.879176e-002	8.345865e-003
$M_1 = 3$	6.755312e-006	-1.947506e-004	-8.591099e-002	2.258756e-002
$M_2 = 1$	-1.878883e-007	2.767282e-004	-3.946698e-002	1.121565e-002
$M_2 = 2$	5.675835e-006	6.028729e-003	-3.118130e-001	-1.091838e-002
$M_3 = 1$	2.908697e-007	2.056057e-004	-1.119025e-002	2.409730e-004

表 46 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, homo, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	2.609719e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	9.726522e-009	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 3$	2.700053e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	7.494431e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.030480e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	4.305281e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	3.127261e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 3$	4.835168e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	9.143178e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.205177e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	9.580882e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 47 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, hetero1, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	7.496369e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.042798e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	9.117592e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.248227e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	9.514819e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 48 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, hetero4, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	7.727369e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.706826e-007	1.063182e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.358470e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	7.648428e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	8.623342e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	7.336056e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 49 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, hetero7, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	8.421571e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.351776e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.578922e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	1.280945e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	3.774270e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	7.725185e-004
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 50 hpcmw-solver-test の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	1,2,0,0,1,1	-0.06	1.27	2,1,0,0,0,0	0.70	-1.092	0.799
120	2,1,4,1,0,0	4.44	4.26	2,2,4,1,2,1	3.09	0.437	0.379
180	2,1,4,1,0,0	13.41	13.45	2,2,4,1,2,1	9.77	0.372	0.376
240	2,2,4,1,0,0	24.53	23.75	2,2,4,1,2,1	21.92	0.119	0.083
300	2,2,4,1,2,1	44.58	41.75	2,2,4,1,2,1	41.75	0.068	0.000
360	2,2,4,1,2,1	72.89	70.96	2,2,4,1,2,1	70.96	0.027	0.000
420	2,2,4,1,2,1	112.43	110.76	2,2,4,1,2,1	110.76	0.015	0.000
480	2,2,4,1,2,1	165.20	163.55	2,2,4,1,2,1	163.55	0.010	0.000
510	2,2,4,1,2,1	197.17	197.08	2,2,4,1,2,1	197.08	0.000	0.000
540	2,2,4,1,2,1	233.18	232.17	2,2,4,1,2,1	232.17	0.004	0.000
570	2,2,4,1,2,1	273.50	274.96	2,2,4,1,2,1	274.96	-0.005	0.000
600	2,2,4,1,2,1	318.36	319.95	2,2,4,1,2,1	319.95	-0.005	0.000

表 51 hpcmw-solver-test の予測結果, homo, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	2,1,0,0,0,0	0.82	0.70	2,1,0,0,0,0	0.70	0.171	0.000
120	2,2,4,1,0,0	3.85	3.74	2,2,4,1,2,1	3.09	0.245	0.212
180	2,2,4,1,2,1	10.16	9.77	2,2,4,1,2,1	9.77	0.040	0.000
240	2,2,4,1,2,1	21.82	21.92	2,2,4,1,2,1	21.92	-0.004	0.000
300	2,2,4,1,2,1	41.02	41.75	2,2,4,1,2,1	41.75	-0.017	0.000
360	2,2,4,1,2,1	69.62	70.96	2,2,4,1,2,1	70.96	-0.019	0.000
420	2,2,4,1,2,1	109.52	110.76	2,2,4,1,2,1	110.76	-0.011	0.000
480	2,2,4,1,2,1	162.57	163.55	2,2,4,1,2,1	163.55	-0.006	0.000
510	2,2,4,1,2,1	194.61	197.08	2,2,4,1,2,1	197.08	-0.012	0.000
540	2,2,4,1,2,1	230.66	232.17	2,2,4,1,2,1	232.17	-0.007	0.000
570	2,2,4,1,2,1	270.93	274.96	2,2,4,1,2,1	274.96	-0.015	0.000
600	2,2,4,1,2,1	315.66	319.95	2,2,4,1,2,1	319.95	-0.013	0.000

表 52 hpcmw-solver-test の予測結果, heterol, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	2,1,0,0,0,0	0.82	0.70	2,1,0,0,0,0	0.70	0.171	0.000
120	2,2,4,1,0,0	3.83	3.74	2,2,4,1,2,1	3.09	0.239	0.212
180	2,2,4,1,2,1	10.12	9.77	2,2,4,1,2,1	9.77	0.035	0.000
240	2,2,4,1,2,1	21.71	21.92	2,2,4,1,2,1	21.92	-0.009	0.000
300	2,2,4,1,2,1	40.83	41.75	2,2,4,1,2,1	41.75	-0.022	0.000
360	2,2,4,1,2,1	69.34	70.96	2,2,4,1,2,1	70.96	-0.023	0.000
420	2,2,4,1,2,1	109.14	110.76	2,2,4,1,2,1	110.76	-0.015	0.000
480	2,2,4,1,2,1	162.08	163.55	2,2,4,1,2,1	163.55	-0.009	0.000
510	2,2,4,1,2,1	194.08	197.08	2,2,4,1,2,1	197.08	-0.015	0.000
540	2,2,4,1,2,1	230.07	232.17	2,2,4,1,2,1	232.17	-0.009	0.000
570	2,2,4,1,2,1	270.29	274.96	2,2,4,1,2,1	274.96	-0.017	0.000
600	2,2,4,1,2,1	314.97	319.95	2,2,4,1,2,1	319.95	-0.016	0.000

表 53 hpcmw-solver-test の予測結果, hetero4, npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	2,1,0,0,0,0	0.82	0.70	2,1,0,0,0,0	0.70	0.171	0.000
120	2,2,4,1,0,0	3.75	3.74	2,2,4,1,2,1	3.09	0.215	0.212
180	2,2,4,1,2,1	9.96	9.77	2,2,4,1,2,1	9.77	0.019	0.000
240	2,2,4,1,2,1	21.56	21.92	2,2,4,1,2,1	21.92	-0.017	0.000
300	2,2,4,1,2,1	40.67	41.75	2,2,4,1,2,1	41.75	-0.026	0.000
360	2,2,4,1,2,1	69.18	70.96	2,2,4,1,2,1	70.96	-0.025	0.000
420	2,2,4,1,2,1	108.98	110.76	2,2,4,1,2,1	110.76	-0.016	0.000
480	2,2,4,1,2,1	161.93	163.55	2,2,4,1,2,1	163.55	-0.010	0.000
510	2,2,4,1,2,1	193.93	197.08	2,2,4,1,2,1	197.08	-0.016	0.000
540	2,2,4,1,2,1	229.93	232.17	2,2,4,1,2,1	232.17	-0.010	0.000
570	2,2,4,1,2,1	270.15	274.96	2,2,4,1,2,1	274.96	-0.017	0.000
600	2,2,4,1,2,1	314.84	319.95	2,2,4,1,2,1	319.95	-0.016	0.000

表 54 hpcmw-solver-test の予測結果, hetero7, npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	2,1,0,0,0,0	0.82	0.70	2,1,0,0,0,0	0.70	0.171	0.000
120	2,2,4,1,2,1	3.24	3.09	2,2,4,1,2,1	3.09	0.050	0.000
180	2,2,4,1,2,1	9.51	9.77	2,2,4,1,2,1	9.77	-0.027	0.000
240	2,2,4,1,2,1	20.85	21.92	2,2,4,1,2,1	21.92	-0.049	0.000
300	2,2,4,1,2,1	39.55	41.75	2,2,4,1,2,1	41.75	-0.053	0.000
360	2,2,4,1,2,1	67.76	70.96	2,2,4,1,2,1	70.96	-0.045	0.000
420	2,2,4,1,2,1	107.10	110.76	2,2,4,1,2,1	110.76	-0.033	0.000
480	2,2,4,1,2,1	159.43	163.55	2,2,4,1,2,1	163.55	-0.025	0.000
510	2,2,4,1,2,1	191.05	197.08	2,2,4,1,2,1	197.08	-0.031	0.000
540	2,2,4,1,2,1	226.61	232.17	2,2,4,1,2,1	232.17	-0.024	0.000
570	2,2,4,1,2,1	266.35	274.96	2,2,4,1,2,1	274.96	-0.031	0.000
600	2,2,4,1,2,1	310.49	319.95	2,2,4,1,2,1	319.95	-0.030	0.000

表 55 hpcmw-solver-test の相関係数

N	homo ls	homo npls	hetero1 npls	hetero4 npls	hetero7 npls
60	0.497268974	0.098147574	0.116637082	-0.033784190	0.066709050
120	0.190899873	0.771765555	0.769493035	0.702357562	0.659774211
180	0.595660439	0.884277828	0.860917451	0.868658495	0.817430762
240	0.845532617	0.795529307	0.996028280	0.912192288	0.871195833
300	0.881964629	0.889866169	0.841399504	0.915718348	0.856506494
360	0.896380957	0.893202984	0.893239991	0.875145931	0.821385483
420	0.894213598	0.901986788	0.893443005	0.903041703	0.868258305
480	0.954014452	0.966951012	0.960615076	0.973274572	0.959811785
510	0.971968699	0.983647029	0.981927622	0.980828777	0.965009557
540	0.945871183	0.965667571	0.963652943	0.965859668	0.955855426
570	0.968076299	0.975434899	0.978337689	0.962953947	0.942959709
600	0.952358278	0.973042892	0.971265620	0.974763547	0.969296793

表 56 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	5.796989e-006	7.044053e-005	-2.996233e-002	1.554919e+001
$M_1 = 2$	1.506585e-005	-2.356578e-003	3.852112e-001	-7.148401e+001
$M_1 = 3$	2.542235e-005	-4.462931e-003	6.195597e-001	5.049319e+001
$M_2 = 1$	1.246324e-005	1.513733e-004	-5.107616e-002	3.067575e+001
$M_2 = 2$	2.740998e-005	-3.974365e-003	4.693696e-001	-1.909614e+001
$M_3 = 1$	1.531509e-005	-4.486550e-004	4.730704e-002	4.505540e+001
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	-1.417498e-005	1.066140e-002	-9.990530e+000	4.033939e+000
$M_1 = 2$	1.238737e-004	-1.469699e-002	2.469449e+001	-7.491940e+000
$M_1 = 3$	2.128807e-005	2.623426e-002	-2.429961e+001	7.085778e+000
$M_2 = 1$	-2.296496e-005	1.526379e-002	-1.983486e+001	8.220679e+000
$M_2 = 2$	3.107184e-004	1.699328e-002	2.484726e+000	-1.718779e+000
$M_3 = 1$	-4.806419e-005	2.664253e-002	-3.234270e+001	1.303808e+001

表 57 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, homo, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	5.804328e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	1.139872e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 3$	1.783769e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	1.254883e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.046727e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.447848e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	8.101327e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	2.429288e-001
$M_1 = 2$	8.838645e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 3$	7.268749e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	7.421469e-001
$M_2 = 1$	9.144544e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	4.827170e-001
$M_2 = 2$	3.188739e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	3.695074e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	6.928216e-001

表 58 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, hetero1, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	1.255008e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.997485e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.450067e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	9.038654e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	4.735159e-001
$M_2 = 2$	3.569543e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	2.906114e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	7.174456e-001

表 59 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, hetero4, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	1.254815e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.200350e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.450659e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	9.891270e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	4.329016e-001
$M_2 = 2$	2.004671e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	6.519861e-001

表 60 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, hetero7, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	1.248874e-005	2.897741e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.303101e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.431802e-005	0.000000e+000	1.097377e-002	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	2.358979e-001
$M_2 = 2$	9.407462e-005	0.000000e+000	8.486485e-002	2.193005e-002
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	2.432714e-001

表 61 FFTE の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2^{12}	0,0,4,2,0,0	-2.71e-002	1.36e-003	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	-75.645	2.752
2^{13}	0,0,4,2,0,0	-2.91e-002	2.66e-003	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	-40.334	2.594
2^{14}	0,0,4,2,0,0	-2.53e-002	4.78e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	-17.887	2.187
2^{15}	0,0,4,2,0,0	-1.03e-002	8.12e-003	1,1,0,0,0,0	3.13e-003	-4.293	1.596
2^{16}	1,1,0,0,0,0	9.08e-003	8.55e-003	1,1,0,0,0,0	8.55e-003	0.062	0.000
2^{17}	1,1,0,0,0,0	2.01e-002	2.11e-002	2,3,4,2,2,1	2.09e-002	-0.037	0.010
2^{18}	1,1,0,0,0,0	4.27e-002	4.30e-002	1,1,0,0,0,0	4.30e-002	-0.006	0.000
2^{19}	1,1,0,0,0,0	8.83e-002	8.77e-002	1,1,0,0,0,0	8.77e-002	0.006	0.000
2^{20}	1,1,0,0,0,0	1.79e-001	1.79e-001	1,1,0,0,0,0	1.79e-001	-0.001	0.000
2^{21}	0,0,2,2,0,0	-4.34e-001	1.34e+000	1,2,0,0,0,0	4.94e-001	-1.880	1.714
2^{22}	0,0,2,2,0,0	-4.21e+000	2.97e+000	2,1,4,1,2,1	1.34e+000	-4.129	1.209
2^{23}	0,0,4,2,0,0	-6.05e+000	4.98e+000	2,1,4,1,2,1	2.75e+000	-3.201	0.811

表 62 FFTE の予測結果 , homo , nls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	1,1,0,0,0,0	5.43e-004	3.63e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.497	0.000
2 ¹³	1,1,0,0,0,0	1.13e-003	7.41e-004	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.520	0.000
2 ¹⁴	1,1,0,0,0,0	2.33e-003	1.50e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.555	0.000
2 ¹⁵	1,1,0,0,0,0	4.82e-003	3.13e-003	1,1,0,0,0,0	3.13e-003	0.542	0.000
2 ¹⁶	1,1,0,0,0,0	9.96e-003	8.55e-003	1,1,0,0,0,0	8.55e-003	0.165	0.000
2 ¹⁷	1,1,0,0,0,0	2.06e-002	2.11e-002	2,3,4,2,2,1	2.09e-002	-0.016	0.010
2 ¹⁸	1,1,0,0,0,0	4.24e-002	4.30e-002	1,1,0,0,0,0	4.30e-002	-0.014	0.000
2 ¹⁹	1,1,0,0,0,0	8.73e-002	8.77e-002	1,1,0,0,0,0	8.77e-002	-0.005	0.000
2 ²⁰	1,1,0,0,0,0	1.80e-001	1.79e-001	1,1,0,0,0,0	1.79e-001	0.002	0.000
2 ²¹	1,2,0,0,0,0	5.12e-001	4.94e-001	1,2,0,0,0,0	4.94e-001	0.038	0.000
2 ²²	2,1,4,1,2,1	1.07e+000	1.34e+000	2,1,4,1,2,1	1.34e+000	-0.208	0.000
2 ²³	2,1,4,1,2,1	2.14e+000	2.75e+000	2,1,4,1,2,1	2.75e+000	-0.220	0.000

表 63 FFTE の予測結果 , hetero1 , nls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	1,1,0,0,0,0	5.43e-004	3.63e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.497	0.000
2 ¹³	1,1,0,0,0,0	1.13e-003	7.41e-004	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.520	0.000
2 ¹⁴	1,1,0,0,0,0	2.33e-003	1.50e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.555	0.000
2 ¹⁵	1,1,0,0,0,0	4.82e-003	3.13e-003	1,1,0,0,0,0	3.13e-003	0.542	0.000
2 ¹⁶	1,1,0,0,0,0	9.96e-003	8.55e-003	1,1,0,0,0,0	8.55e-003	0.165	0.000
2 ¹⁷	1,1,0,0,0,0	2.06e-002	2.11e-002	2,3,4,2,2,1	2.09e-002	-0.016	0.010
2 ¹⁸	1,1,0,0,0,0	4.24e-002	4.30e-002	1,1,0,0,0,0	4.30e-002	-0.014	0.000
2 ¹⁹	1,1,0,0,0,0	8.73e-002	8.77e-002	1,1,0,0,0,0	8.77e-002	-0.005	0.000
2 ²⁰	1,1,0,0,0,0	1.80e-001	1.79e-001	1,1,0,0,0,0	1.79e-001	0.002	0.000
2 ²¹	1,2,0,0,0,0	5.12e-001	4.94e-001	1,2,0,0,0,0	4.94e-001	0.038	0.000
2 ²²	2,1,4,1,2,1	1.06e+000	1.34e+000	2,1,4,1,2,1	1.34e+000	-0.214	0.000
2 ²³	2,1,4,1,2,1	2.13e+000	2.75e+000	2,1,4,1,2,1	2.75e+000	-0.224	0.000

表 64 FFTE の予測結果 , hetero4 , nmls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	1,1,0,0,0,0	5.43e-004	3.63e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.497	0.000
2 ¹³	1,1,0,0,0,0	1.13e-003	7.41e-004	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.520	0.000
2 ¹⁴	1,1,0,0,0,0	2.33e-003	1.50e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.555	0.000
2 ¹⁵	1,1,0,0,0,0	4.82e-003	3.13e-003	1,1,0,0,0,0	3.13e-003	0.542	0.000
2 ¹⁶	1,1,0,0,0,0	9.96e-003	8.55e-003	1,1,0,0,0,0	8.55e-003	0.165	0.000
2 ¹⁷	1,1,0,0,0,0	2.06e-002	2.11e-002	2,3,4,2,2,1	2.09e-002	-0.016	0.010
2 ¹⁸	1,1,0,0,0,0	4.24e-002	4.30e-002	1,1,0,0,0,0	4.30e-002	-0.014	0.000
2 ¹⁹	1,1,0,0,0,0	8.73e-002	8.77e-002	1,1,0,0,0,0	8.77e-002	-0.005	0.000
2 ²⁰	1,1,0,0,0,0	1.80e-001	1.79e-001	1,1,0,0,0,0	1.79e-001	0.002	0.000
2 ²¹	1,2,0,0,0,0	5.12e-001	4.94e-001	1,2,0,0,0,0	4.94e-001	0.038	0.000
2 ²²	2,1,4,1,2,1	1.05e+000	1.34e+000	2,1,4,1,2,1	1.34e+000	-0.217	0.000
2 ²³	2,1,4,1,2,1	2.14e+000	2.75e+000	2,1,4,1,2,1	2.75e+000	-0.221	0.000

表 65 FFTE の予測結果 , hetero7 , nmls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	1,1,0,0,0,0	5.43e-004	3.63e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.497	0.000
2 ¹³	1,1,0,0,0,0	1.13e-003	7.41e-004	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.520	0.000
2 ¹⁴	1,1,0,0,0,0	2.33e-003	1.50e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.555	0.000
2 ¹⁵	1,1,0,0,0,0	4.82e-003	3.13e-003	1,1,0,0,0,0	3.13e-003	0.542	0.000
2 ¹⁶	1,1,0,0,0,0	9.96e-003	8.55e-003	1,1,0,0,0,0	8.55e-003	0.165	0.000
2 ¹⁷	1,1,0,0,0,0	2.06e-002	2.11e-002	2,3,4,2,2,1	2.09e-002	-0.016	0.010
2 ¹⁸	1,1,0,0,0,0	4.24e-002	4.30e-002	1,1,0,0,0,0	4.30e-002	-0.014	0.000
2 ¹⁹	1,1,0,0,0,0	8.73e-002	8.77e-002	1,1,0,0,0,0	8.77e-002	-0.005	0.000
2 ²⁰	1,1,0,0,0,0	1.80e-001	1.79e-001	1,1,0,0,0,0	1.79e-001	0.002	0.000
2 ²¹	2,1,4,1,2,1	5.10e-001	5.02e-001	1,2,0,0,0,0	4.94e-001	0.034	0.017
2 ²²	2,1,4,1,2,1	1.04e+000	1.34e+000	2,1,4,1,2,1	1.34e+000	-0.224	0.000
2 ²³	2,1,4,1,2,1	2.13e+000	2.75e+000	2,1,4,1,2,1	2.75e+000	-0.223	0.000

表 66 FFTE の相関係数

N	homo ls	homo nmls	hetero1 nmls	hetero4 nmls	hetero7 nmls
2 ¹²	-0.103856745	0.247672724	0.246276427	0.170851273	0.353661946
2 ¹³	-0.055268720	0.952964132	0.952964132	0.967592797	0.993011127
2 ¹⁴	-0.376708360	0.952111298	0.952968536	0.970637472	0.999780621
2 ¹⁵	-0.055488646	0.929913237	0.914981643	0.956988058	0.965262590
2 ¹⁶	0.753735449	0.936379701	0.934494169	0.935485326	0.870806626
2 ¹⁷	0.968237719	0.876745988	0.876815113	0.881507904	0.897199719
2 ¹⁸	0.810388310	0.796928250	0.796387766	0.790386212	0.758351696
2 ¹⁹	0.870414890	0.662494461	0.857504935	0.851925661	0.610874371
2 ²⁰	0.831447766	0.834374687	0.792743830	0.681060608	0.630825055
2 ²¹	0.188079958	0.700522699	0.695197427	0.681076822	0.603283755
2 ²²	-0.334594714	0.663851294	0.675367767	0.889152571	0.958641430
2 ²³	-0.260185311	0.059528741	0.095713141	0.938238345	0.991174569

表 67 FFTE の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	4.250367e-009	4.613467e-007	-4.990833e-002	-3.178944e-003
$M_1 = 2$	2.764509e-007	-3.343785e-006	1.421067e-001	2.969000e-003
$M_2 = 1$	3.694481e-008	4.654631e-007	-8.455814e-002	-5.386204e-003
$M_2 = 2$	-5.037070e-006	7.143968e-005	4.388106e-001	9.631370e-003
$M_3 = 1$	-6.676863e-009	1.058834e-006	-8.565606e-002	-5.421741e-003
	k_4	k_5	k_6	
$M_1 = 1$	7.488875e-008	-3.925997e-005	2.990164e-002	
$M_1 = 2$	1.411380e-007	2.014557e-003	-9.627472e-002	
$M_2 = 1$	1.225864e-007	-3.229656e-005	5.008760e-002	
$M_2 = 2$	4.759768e-007	-3.739195e-003	-1.162465e-001	
$M_3 = 1$	1.358719e-007	-6.502514e-005	5.053177e-002	

表 68 FFTE の NP-T モデルの係数, homo, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	1.515696e-008	3.088450e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	0.000000e+000	3.757470e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	4.852267e-008	3.011607e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	2.188630e-006	1.980485e-001	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.662987e-008	7.338306e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	
$M_1 = 1$	7.200337e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	
$M_1 = 2$	2.774450e-007	3.751710e-004	0.000000e+000	
$M_2 = 1$	1.209975e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	
$M_2 = 2$	0.000000e+000	1.064962e-003	0.000000e+000	
$M_3 = 1$	1.305184e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	

表 69 FFTE の NP-T モデルの係数, hetero1, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	4.836295e-008	3.073176e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	1.982203e-006	1.320339e-001	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.469447e-008	7.654618e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	
$M_2 = 1$	1.192564e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	
$M_2 = 2$	2.038035e-008	1.471059e-003	0.000000e+000	
$M_3 = 1$	1.282224e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	

表 70 FFTE の NP-T モデルの係数, hetero4, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	4.815754e-008	3.068996e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	1.414488e-006	2.319281e-001	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.577856e-008	7.881345e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	
$M_2 = 1$	1.206643e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	
$M_2 = 2$	1.987114e-007	7.625193e-004	0.000000e+000	
$M_3 = 1$	1.118376e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	

表 71 FFTE の NP-T モデルの係数, hetero7, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	6.366453e-008	1.084495e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	6.940827e-007	1.705472e-002	0.000000e+000
$M_3 = 1$	4.704462e-008	2.604137e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	
$M_2 = 1$	1.139432e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	
$M_2 = 2$	4.097325e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	
$M_3 = 1$	8.745961e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	

A.2 評価2の測定データ

表 72 HPLの予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	0,0,2,2,0,0	-0.83	0.27	1,1,0,0,0,0	0.03	-28.827	8.000
600	0,0,2,2,0,0	-0.30	0.59	1,1,0,0,0,0	0.05	-7.044	10.800
800	4,1,4,1,4,1	-0.16	0.60	1,1,0,0,0,0	0.12	-2.321	4.000
1200	4,1,4,2,4,1	-1.33	1.38	1,1,0,0,0,0	0.35	-4.796	2.943
1600	4,1,4,2,4,1	-2.40	2.61	1,1,0,0,0,0	0.78	-4.083	2.346
2400	4,1,4,1,4,1	-2.54	3.84	4,1,0,0,0,0	1.95	-2.304	0.969
3200	4,1,4,1,4,1	-3.88	6.59	4,1,0,0,0,0	3.55	-2.093	0.856
4800	4,1,4,1,4,1	-6.00	15.43	4,1,0,0,0,0	8.80	-1.682	0.753
6400	4,1,4,1,4,1	-6.58	28.71	4,1,0,0,0,0	17.77	-1.370	0.616
8000	4,1,4,1,4,1	-4.54	47.67	4,1,0,0,0,0	31.08	-1.146	0.534
9600	4,1,4,1,4,1	1.23	73.40	4,1,4,1,0,0	47.99	-0.974	0.529

表 73 HPLの予測結果, homo, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	4,1,0,0,0,0	1.94	1.95	4,1,0,0,0,0	1.95	-0.005	0.000
3200	4,1,0,0,0,0	3.62	3.55	4,1,0,0,0,0	3.55	0.020	0.000
4800	4,1,0,0,0,0	9.14	8.80	4,1,0,0,0,0	8.80	0.039	0.000
6400	4,1,0,0,0,0	18.18	17.77	4,1,0,0,0,0	17.77	0.023	0.000
8000	4,1,0,0,0,0	31.47	31.08	4,1,0,0,0,0	31.08	0.013	0.000
9600	4,1,0,0,0,0	49.79	49.85	4,1,4,1,0,0	47.99	0.037	0.039

表 74 HPLの予測結果, hetero1, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	4,1,0,0,0,0	1.94	1.95	4,1,0,0,0,0	1.95	-0.005	0.000
3200	4,1,0,0,0,0	3.62	3.55	4,1,0,0,0,0	3.55	0.020	0.000
4800	4,1,0,0,0,0	9.14	8.80	4,1,0,0,0,0	8.80	0.039	0.000
6400	4,1,0,0,0,0	18.18	17.77	4,1,0,0,0,0	17.77	0.023	0.000
8000	4,1,0,0,0,0	31.47	31.08	4,1,0,0,0,0	31.08	0.013	0.000
9600	4,1,4,1,0,0	48.71	47.99	4,1,4,1,0,0	47.99	0.015	0.000

表 75 HPL の予測結果, hetero2, npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	4,1,0,0,0,0	1.94	1.95	4,1,0,0,0,0	1.95	-0.005	0.000
3200	4,1,0,0,0,0	3.62	3.55	4,1,0,0,0,0	3.55	0.020	0.000
4800	4,1,0,0,0,0	9.14	8.80	4,1,0,0,0,0	8.80	0.039	0.000
6400	4,1,0,0,0,0	18.18	17.77	4,1,0,0,0,0	17.77	0.023	0.000
8000	4,1,4,1,0,0	31.01	31.38	4,1,0,0,0,0	31.08	-0.002	0.010
9600	4,1,4,1,0,0	47.61	47.99	4,1,4,1,0,0	47.99	-0.008	0.000

表 76 HPL の予測結果, hetero3, npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
400	1,1,0,0,0,0	0.02	0.03	1,1,0,0,0,0	0.03	-0.195	0.000
600	1,1,0,0,0,0	0.06	0.05	1,1,0,0,0,0	0.05	0.294	0.000
800	1,1,0,0,0,0	0.13	0.12	1,1,0,0,0,0	0.12	0.111	0.000
1200	1,1,0,0,0,0	0.38	0.35	1,1,0,0,0,0	0.35	0.093	0.000
1600	1,1,0,0,0,0	0.83	0.78	1,1,0,0,0,0	0.78	0.060	0.000
2400	4,1,0,0,0,0	1.94	1.95	4,1,0,0,0,0	1.95	-0.005	0.000
3200	4,1,0,0,0,0	3.62	3.55	4,1,0,0,0,0	3.55	0.020	0.000
4800	4,1,0,0,0,0	9.14	8.80	4,1,0,0,0,0	8.80	0.039	0.000
6400	4,1,0,0,0,0	18.18	17.77	4,1,0,0,0,0	17.77	0.023	0.000
8000	4,1,0,0,0,0	31.47	31.08	4,1,0,0,0,0	31.08	0.013	0.000
9600	4,1,0,0,0,0	49.79	49.85	4,1,4,1,0,0	47.99	0.037	0.039

表 77 HPL の相関係数

N	homo ls	homo npls	hetero1 npls	hetero2 npls	hetero3 npls
400	-0.986359127	0.948683298	0.737209781	0.948683298	0.948683298
600	-0.393395962	1.000000000	1.000000000	1.000000000	1.000000000
800	-0.527585767	0.962760200	0.962760200	0.962760200	0.962760200
1200	-0.265785355	0.536729494	0.442039174	0.880151543	0.818876057
1600	-0.255218469	0.828602030	0.480968710	0.556356189	0.875304448
2400	0.399705917	0.512221310	0.448565147	0.636239461	0.789676953
3200	0.385698869	0.600333066	0.568411757	0.667103951	0.856951360
4800	0.543170585	0.593811030	0.673655270	0.709838431	0.928668587
6400	0.604819635	0.639987173	0.645666407	0.686668970	0.887023396
8000	0.638865658	0.642326361	0.690684076	0.638182262	0.828288537
9600	0.537083046	0.670406082	0.720997793	0.715387674	0.830769627

表 78 HPL の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_1 = 1$	1.580239e-010	-7.732250e-007	-1.243732e-003	6.749278e-001	-7.277901e-008
$M_1 = 2$	2.361393e-010	9.961794e-007	-1.879849e-002	1.111011e+001	5.615645e-008
$M_2 = 1$	1.864460e-010	-1.076934e-006	-7.131120e-004	1.685261e-001	-1.167724e-007
$M_2 = 2$	5.736471e-010	8.341471e-005	-1.650520e-001	7.060614e+001	2.563554e-006
$M_3 = 1$	5.351972e-010	-8.549601e-007	-2.099661e-003	6.863451e-001	-1.033542e-007
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_1 = 1$	-1.323333e-004	8.108805e-002	6.273549e-007	1.085711e-003	-5.110840e-001
$M_1 = 2$	-6.120580e-004	4.623065e-001	-3.340331e-008	7.562573e-003	-4.789381e+000
$M_2 = 1$	-5.187453e-005	3.271714e-002	9.976307e-007	5.206461e-004	-1.555615e-001
$M_2 = 2$	-6.700287e-003	3.697094e+000	-2.908881e-005	6.859915e-002	-3.382094e+001
$M_3 = 1$	-1.563711e-004	7.755346e-002	9.686293e-007	1.301668e-003	-4.204642e-001

表 79 HPL の NP-T モデルの係数, homo, nmls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_1 = 1$	1.223274e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	1.031886e-009
$M_1 = 2$	1.446695e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	4.036167e-009
$M_2 = 1$	1.580316e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	4.194889e-009
$M_2 = 2$	7.110338e-010	5.816567e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	5.116590e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	4.542069e-009
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_1 = 1$	0.000000e+000	2.575067e-002	2.413977e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	1.441719e-005	4.026104e-002	6.202987e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	0.000000e+000	3.647393e-003	3.247355e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	2.016428e-002	3.991123e-007	0.000000e+000	0.000000e+000

表 80 HPL の NP-T モデルの係数, hetero1, nmls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_2 = 1$	1.571208e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	4.970911e-010
$M_2 = 2$	6.713291e-010	5.921329e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	5.189048e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_2 = 1$	0.000000e+000	2.409379e-003	3.358248e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	2.220210e-002	3.887611e-007	0.000000e+000	0.000000e+000

表 81 HPL の NP-T モデルの係数, hetero2, npls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_2 = 1$	1.616674e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	4.696940e-010	6.936885e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	5.373471e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_2 = 1$	0.000000e+000	9.261753e-003	3.217459e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	3.282031e-007	0.000000e+000	9.472623e-002

表 82 HPL の NP-T モデルの係数, hetero3, npls

	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4
$M_2 = 1$	1.870268e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	1.823028e-008
$M_2 = 2$	3.429461e-010	7.311180e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	4.792829e-008
$M_3 = 1$	5.363412e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	8.077453e-010
	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
$M_2 = 1$	0.000000e+000	3.181929e-002	1.967984e-007	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	8.883419e-005	0.000000e+000	2.508696e-008	8.445423e-005	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	4.125865e-002	2.708532e-007	0.000000e+000	0.000000e+000

表 83 Himeno BMT の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	$\hat{\tau}$	$(\tau - \hat{\tau})/\hat{\tau}$	$(\hat{\tau} - \hat{\tau})/\hat{\tau}$
32	0,0,4,2,4,1	-3.35e-002	9.18e-004	3,1,0,0,0,0	5.62e-004	-60.524	0.633
48	0,0,4,2,0,0	-5.41e-002	3.51e-003	4,1,0,0,0,0	1.24e-003	-44.469	1.823
64	0,0,2,2,0,0	-7.26e-002	1.30e-002	4,1,0,0,0,0	2.60e-003	-28.918	4.007
80	0,0,4,2,4,1	-2.56e-002	3.39e-002	4,1,0,0,0,0	4.93e-003	-6.195	5.874
96	0,0,4,2,4,1	-2.00e-002	2.99e-002	4,1,0,0,0,0	9.00e-003	-3.217	2.320
112	0,0,4,2,4,1	-7.36e-003	3.15e-001	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	-1.499	20.385
128	4,1,4,2,4,1	1.23e-002	9.23e-002	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	-0.412	3.422
160	4,1,0,0,0,0	3.90e-002	3.86e-002	4,1,0,0,0,0	3.86e-002	0.010	0.000
192	4,1,0,0,0,0	6.56e-002	6.55e-002	4,1,0,0,0,0	6.55e-002	0.002	0.000
224	0,0,2,2,0,0	6.41e-002	8.28e-001	4,1,0,0,0,0	9.94e-002	-0.355	7.325
256	0,0,2,2,0,0	-9.69e-001	1.28e+000	4,1,0,0,0,0	1.45e-001	-7.665	7.797

表 84 Himeno BMT の予測結果, homo, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	4,1,0,0,0,0	6.83e-004	5.75e-004	3,1,0,0,0,0	5.62e-004	0.216	0.022
48	4,1,0,0,0,0	1.77e-003	1.24e-003	4,1,0,0,0,0	1.24e-003	0.425	0.000
64	4,1,0,0,0,0	3.57e-003	2.60e-003	4,1,0,0,0,0	2.60e-003	0.372	0.000
80	4,1,0,0,0,0	6.23e-003	4.93e-003	4,1,0,0,0,0	4.93e-003	0.264	0.000
96	4,1,0,0,0,0	9.90e-003	9.00e-003	4,1,0,0,0,0	9.00e-003	0.101	0.000
112	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	1.48e-002	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	0.000	0.000
128	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	2.09e-002	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	0.004	0.000
160	4,1,0,0,0,0	3.79e-002	3.86e-002	4,1,0,0,0,0	3.86e-002	-0.017	0.000
192	4,1,0,0,0,0	6.21e-002	6.55e-002	4,1,0,0,0,0	6.55e-002	-0.052	0.000
224	4,1,0,0,0,0	9.48e-002	9.94e-002	4,1,0,0,0,0	9.94e-002	-0.047	0.000
256	4,1,0,0,0,0	1.37e-001	1.45e-001	4,1,0,0,0,0	1.45e-001	-0.057	0.000

表 85 Himeno BMT の予測結果, hetero1, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	4,1,0,0,0,0	6.83e-004	5.75e-004	3,1,0,0,0,0	5.62e-004	0.216	0.022
48	4,1,0,0,0,0	1.77e-003	1.24e-003	4,1,0,0,0,0	1.24e-003	0.425	0.000
64	4,1,0,0,0,0	3.57e-003	2.60e-003	4,1,0,0,0,0	2.60e-003	0.372	0.000
80	4,1,0,0,0,0	6.23e-003	4.93e-003	4,1,0,0,0,0	4.93e-003	0.264	0.000
96	4,1,0,0,0,0	9.90e-003	9.00e-003	4,1,0,0,0,0	9.00e-003	0.101	0.000
112	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	1.48e-002	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	0.000	0.000
128	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	2.09e-002	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	0.004	0.000
160	4,1,0,0,0,0	3.79e-002	3.86e-002	4,1,0,0,0,0	3.86e-002	-0.017	0.000
192	4,1,0,0,0,0	6.21e-002	6.55e-002	4,1,0,0,0,0	6.55e-002	-0.052	0.000
224	4,1,0,0,0,0	9.48e-002	9.94e-002	4,1,0,0,0,0	9.94e-002	-0.047	0.000
256	4,1,0,0,0,0	1.37e-001	1.45e-001	4,1,0,0,0,0	1.45e-001	-0.057	0.000

表 86 Himeno BMT の予測結果, hetero2, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	4,1,4,1,0,0	5.90e-004	7.11e-004	3,1,0,0,0,0	5.62e-004	0.050	0.264
48	4,1,4,1,0,0	1.72e-003	1.90e-003	4,1,0,0,0,0	1.24e-003	0.381	0.531
64	4,1,0,0,0,0	3.57e-003	2.60e-003	4,1,0,0,0,0	2.60e-003	0.372	0.000
80	4,1,0,0,0,0	6.23e-003	4.93e-003	4,1,0,0,0,0	4.93e-003	0.264	0.000
96	4,1,0,0,0,0	9.90e-003	9.00e-003	4,1,0,0,0,0	9.00e-003	0.101	0.000
112	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	1.48e-002	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	0.000	0.000
128	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	2.09e-002	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	0.004	0.000
160	4,1,0,0,0,0	3.79e-002	3.86e-002	4,1,0,0,0,0	3.86e-002	-0.017	0.000
192	4,1,0,0,0,0	6.21e-002	6.55e-002	4,1,0,0,0,0	6.55e-002	-0.052	0.000
224	4,1,0,0,0,0	9.48e-002	9.94e-002	4,1,0,0,0,0	9.94e-002	-0.047	0.000
256	4,1,0,0,0,0	1.37e-001	1.45e-001	4,1,0,0,0,0	1.45e-001	-0.057	0.000

表 87 Himeno BMT の予測結果, hetero3, npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{\tau})/\hat{\tau}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
32	0,0,4,1,4,1	3.53e-004	9.04e-004	3,1,0,0,0,0	5.62e-004	-0.372	0.609
48	0,0,4,1,4,1	1.19e-003	2.13e-003	4,1,0,0,0,0	1.24e-003	-0.042	0.714
64	4,1,4,1,4,1	2.46e-003	3.26e-003	4,1,0,0,0,0	2.60e-003	-0.055	0.254
80	4,1,4,1,4,1	4.05e-003	5.77e-003	4,1,0,0,0,0	4.93e-003	-0.177	0.172
96	4,1,4,1,4,1	6.35e-003	1.05e-002	4,1,0,0,0,0	9.00e-003	-0.294	0.170
112	4,1,4,1,4,1	1.01e-002	1.81e-002	4,1,0,0,0,0	1.48e-002	-0.316	0.224
128	4,1,4,1,4,1	1.51e-002	3.93e-002	4,1,0,0,0,0	2.09e-002	-0.278	0.881
160	4,1,4,1,4,1	2.94e-002	6.10e-002	4,1,0,0,0,0	3.86e-002	-0.238	0.581
192	4,1,4,1,4,1	5.08e-002	7.12e-002	4,1,0,0,0,0	6.55e-002	-0.224	0.087
224	4,1,4,1,4,1	8.07e-002	1.23e-001	4,1,0,0,0,0	9.94e-002	-0.188	0.237
256	4,1,4,1,4,1	1.20e-001	1.52e-001	4,1,0,0,0,0	1.45e-001	-0.172	0.042

表 88 Himeno BMT の相関係数

N	homo ls	homo npls	hetero1 npls	hetero2 npls	hetero3 npls
32	-0.048703359	0.788376500	0.778089012	0.620968442	0.715820794
48	-0.066839230	0.497224629	0.683150667	0.309520994	0.820032149
64	-0.206262471	0.405252346	0.437024329	0.446571262	0.839584299
80	-0.395632357	0.612234146	0.703243788	0.797988209	0.811951473
96	-0.051053683	0.589512253	0.550223485	0.753662069	0.827165569
112	-0.544147545	0.849799791	0.866778773	0.858880987	0.596485742
128	-0.205626910	0.343573119	0.328765258	0.295438892	0.409307979
160	0.290519635	0.846028608	0.861423954	0.864293374	0.216250930
192	0.837447022	0.861354558	0.863273050	0.857508580	0.229751650
224	-0.406887364	0.851200268	0.859839834	0.882879756	0.334800729
256	-0.469086427	0.957011523	0.959239714	0.955062656	0.503002163

表 89 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	2.992439e-008	-1.783459e-006	1.091179e-004	-1.295105e-003
$M_1 = 2$	-1.796112e-007	6.641648e-005	-6.703682e-003	7.610339e-002
$M_2 = 1$	1.151028e-007	-8.698711e-006	4.313552e-004	3.964167e-002
$M_2 = 2$	-3.548960e-006	1.070136e-003	-9.416958e-002	-2.603921e+000
$M_3 = 1$	1.599624e-007	-2.564434e-005	2.063538e-003	-1.799935e-001
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	8.907624e-007	-4.857279e-005	3.787520e-004	2.236442e-004
$M_1 = 2$	3.201309e-006	-1.416821e-006	4.904158e-002	-2.080049e-002
$M_2 = 1$	2.321380e-007	9.509230e-005	-3.842245e-002	1.706151e-002
$M_2 = 2$	4.246270e-005	-4.010437e-003	2.569903e+000	-9.127054e-001
$M_3 = 1$	2.305055e-006	-1.599540e-004	1.031296e-001	-4.932945e-002

表 90 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, homo, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	2.544631e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	2.535194e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	8.271732e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	5.422107e-010	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.393556e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	4.638296e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	2.490469e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	3.655948e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.748047e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	7.102326e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 91 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, hetero1, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	8.238033e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.091981e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.416770e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	3.982195e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	8.865132e-006	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	6.816662e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 92 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, hetero2, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	8.440403e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.854730e-007	1.788423e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.542011e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	2.388405e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	5.572135e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 93 Himeno BMT の NP-T モデルの係数, hetero3, nls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	8.584634e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.470725e-007	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	8.615733e-008	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 94 hpcmw-solver-test の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	4,1,4,1,4,1	-20.72	1.22	4,1,0,0,0,0	0.38	-55.049	2.191
120	4,1,4,1,4,1	-19.29	2.97	4,1,0,0,0,0	2.74	-8.031	0.082
180	4,1,4,1,4,1	-17.31	8.36	4,2,3,1,4,1	7.51	-3.304	0.114
240	4,1,4,1,4,1	-14.15	18.60	4,2,4,1,4,1	14.81	-1.955	0.256
300	4,1,4,1,4,1	-9.22	35.04	4,2,4,1,3,1	28.79	-1.320	0.217
360	4,1,4,1,4,1	7.22	59.66	4,2,3,1,4,1	48.40	-0.851	0.233
420	4,1,4,1,4,1	31.69	92.70	4,2,4,1,3,1	75.78	-0.582	0.223
480	4,1,4,1,4,1	65.13	136.30	4,2,4,1,4,1	105.19	-0.381	0.296
510	2,1,4,1,4,1	127.46	198.30	4,2,3,1,4,1	132.94	-0.041	0.492
540	4,1,4,1,4,1	109.14	186.21	4,2,4,1,3,1	156.97	-0.305	0.186
570	2,1,4,1,4,1	190.89	274.04	4,2,4,1,3,1	183.40	0.041	0.494
600	4,1,4,1,4,1	165.33	254.88	4,2,4,1,3,1	213.31	-0.225	0.195

表 95 hpcmw-solver-test の予測結果, homo, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	4,1,0,0,0,0	0.34	0.38	4,1,0,0,0,0	0.38	-0.124	0.000
120	4,1,4,1,4,1	2.18	2.97	4,1,0,0,0,0	2.74	-0.205	0.082
180	4,1,4,1,4,1	7.13	8.36	4,2,3,1,4,1	7.51	-0.051	0.114
240	4,2,4,1,4,1	15.88	14.81	4,2,4,1,4,1	14.81	0.072	0.000
300	4,2,4,1,3,1	29.82	28.79	4,2,4,1,3,1	28.79	0.036	0.000
360	4,2,4,1,3,1	48.70	48.59	4,2,3,1,4,1	48.40	0.006	0.004
420	4,2,4,1,3,1	74.13	75.78	4,2,4,1,3,1	75.78	-0.022	0.000
480	4,2,4,1,4,1	101.95	105.19	4,2,4,1,4,1	105.19	-0.031	0.000
510	4,2,4,1,3,1	127.98	133.10	4,2,3,1,4,1	132.94	-0.037	0.001
540	4,2,4,1,3,1	151.91	156.97	4,2,4,1,3,1	156.97	-0.032	0.000
570	4,2,4,1,3,1	178.65	183.40	4,2,4,1,3,1	183.40	-0.026	0.000
600	4,2,4,1,3,1	208.35	213.31	4,2,4,1,3,1	213.31	-0.023	0.000

表 96 hpcmw-solver-test の予測結果, heterol, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	4,1,0,0,0,0	0.34	0.38	4,1,0,0,0,0	0.38	-0.124	0.000
120	4,1,4,1,4,1	2.16	2.97	4,1,0,0,0,0	2.74	-0.211	0.082
180	4,1,4,1,4,1	7.11	8.36	4,2,3,1,4,1	7.51	-0.053	0.114
240	4,2,4,1,4,1	15.88	14.81	4,2,4,1,4,1	14.81	0.072	0.000
300	4,2,4,1,3,1	29.82	28.79	4,2,4,1,3,1	28.79	0.036	0.000
360	4,2,4,1,3,1	48.70	48.59	4,2,3,1,4,1	48.40	0.006	0.004
420	4,2,4,1,3,1	74.13	75.78	4,2,4,1,3,1	75.78	-0.022	0.000
480	4,2,4,1,4,1	101.95	105.19	4,2,4,1,4,1	105.19	-0.031	0.000
510	4,2,4,1,3,1	128.04	133.10	4,2,3,1,4,1	132.94	-0.037	0.001
540	4,2,4,1,3,1	151.98	156.97	4,2,4,1,3,1	156.97	-0.032	0.000
570	4,2,4,1,3,1	178.73	183.40	4,2,4,1,3,1	183.40	-0.025	0.000
600	4,2,4,1,3,1	208.45	213.31	4,2,4,1,3,1	213.31	-0.023	0.000

表 97 hpcmw-solver-test の予測結果, hetero2, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	4,1,0,0,0,0	0.34	0.38	4,1,0,0,0,0	0.38	-0.124	0.000
120	4,1,4,1,4,1	2.20	2.97	4,1,0,0,0,0	2.74	-0.197	0.082
180	4,1,4,1,4,1	7.16	8.36	4,2,3,1,4,1	7.51	-0.047	0.114
240	4,2,4,1,4,1	15.88	14.81	4,2,4,1,4,1	14.81	0.072	0.000
300	4,2,4,1,3,1	29.82	28.79	4,2,4,1,3,1	28.79	0.036	0.000
360	4,2,4,1,3,1	48.70	48.59	4,2,3,1,4,1	48.40	0.006	0.004
420	4,2,4,1,3,1	74.13	75.78	4,2,4,1,3,1	75.78	-0.022	0.000
480	4,2,4,1,4,1	101.95	105.19	4,2,4,1,4,1	105.19	-0.031	0.000
510	4,2,4,1,3,1	128.12	133.10	4,2,3,1,4,1	132.94	-0.036	0.001
540	4,2,4,1,3,1	152.07	156.97	4,2,4,1,3,1	156.97	-0.031	0.000
570	4,2,4,1,3,1	178.83	183.40	4,2,4,1,3,1	183.40	-0.025	0.000
600	4,2,4,1,3,1	208.56	213.31	4,2,4,1,3,1	213.31	-0.022	0.000

表 98 hpcmw-solver-test の予測結果, hetero3, nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
60	4,1,4,1,4,1	0.33	1.22	4,1,0,0,0,0	0.38	-0.152	2.191
120	4,1,4,1,4,1	2.19	2.97	4,1,0,0,0,0	2.74	-0.203	0.082
180	4,1,4,1,4,1	7.14	8.36	4,2,3,1,4,1	7.51	-0.050	0.114
240	4,2,4,1,4,1	15.88	14.81	4,2,4,1,4,1	14.81	0.072	0.000
300	4,2,4,1,3,1	29.82	28.79	4,2,4,1,3,1	28.79	0.036	0.000
360	4,2,4,1,3,1	48.70	48.59	4,2,3,1,4,1	48.40	0.006	0.004
420	4,2,4,1,3,1	74.13	75.78	4,2,4,1,3,1	75.78	-0.022	0.000
480	4,2,4,1,4,1	101.95	105.19	4,2,4,1,4,1	105.19	-0.031	0.000
510	4,2,4,1,3,1	126.80	133.10	4,2,3,1,4,1	132.94	-0.046	0.001
540	4,2,4,1,3,1	150.46	156.97	4,2,4,1,3,1	156.97	-0.041	0.000
570	4,2,4,1,3,1	176.90	183.40	4,2,4,1,3,1	183.40	-0.035	0.000
600	4,2,4,1,3,1	206.27	213.31	4,2,4,1,3,1	213.31	-0.033	0.000

表 99 hpcmw-solver-test の相関係数

N	homo ls	homo nnls	hetero1 nnls	hetero2 nnls	hetero3 nnls
60	0.399945219	0.077050653	0.103060815	0.058978152	0.142149822
120	0.117460338	0.898799551	0.846723436	0.907574345	0.850199927
180	0.338371153	0.915290822	0.907410028	0.960393377	0.949332209
240	0.286543553	0.863757829	0.944631463	0.939067221	0.907807608
300	0.663209717	0.946026038	0.940986204	0.938485044	0.946696460
360	0.537095958	0.964874327	0.956108004	0.953464077	0.965301587
420	0.735403956	0.948171552	0.950022252	0.950038521	0.944619015
480	0.581233396	0.951785095	0.951967182	0.952236916	0.949864342
510	0.795500628	0.931414921	0.938921672	0.936940049	0.924602267
540	0.694074537	0.949341013	0.956414256	0.954082780	0.943578820
570	0.778103745	0.836168006	0.851387218	0.844694318	0.827305074
600	0.778729362	0.961176748	0.968173932	0.964219820	0.958066160

表 100 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, homo, ls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	5.604445e-006	4.908541e-004	-1.261638e-001	-7.910894e+001
$M_1 = 2$	1.548168e-005	-3.150174e-003	5.667505e-001	-7.151741e+000
$M_2 = 1$	1.200560e-005	1.020536e-003	-2.459435e-001	-1.609336e+002
$M_2 = 2$	3.164889e-005	-5.926961e-003	9.348951e-001	1.173291e+002
$M_3 = 1$	1.490668e-005	6.369332e-004	-2.103690e-001	-1.400770e+002
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	-1.307017e-004	3.862528e-002	6.204829e+001	-3.124295e+001
$M_1 = 2$	2.234274e-004	-3.883839e-002	-7.769030e+000	4.018031e+000
$M_2 = 1$	-2.449725e-004	6.725497e-002	1.262024e+002	-6.311959e+001
$M_2 = 2$	7.474522e-005	5.039129e-002	-8.203710e+001	2.904688e+001
$M_3 = 1$	-3.738121e-004	1.077252e-001	1.083443e+002	-5.566192e+001

表 101 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, homo, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_1 = 1$	5.781903e-006	2.600662e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	1.111870e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	1.247869e-005	4.430646e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.227447e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.446331e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	1.187449e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_1 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_1 = 2$	1.089199e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.599228e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	3.364695e-001
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 102 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, hetero1, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	1.249361e-005	3.990554e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.185553e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.447114e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	9.570956e-001
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.997277e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 103 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, hetero2, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	1.248072e-005	4.493250e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.188128e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.447558e-005	0.000000e+000	4.188306e-004	1.365654e+000
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.586958e-004	1.684756e-002	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 104 hpcmw-solver-test の NP-T モデルの係数, hetero3, nnls

	k_0	k_1	k_2	k_3
$M_2 = 1$	1.244328e-005	3.922006e-005	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	2.244146e-005	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	1.428986e-005	0.000000e+000	1.240809e-002	6.997439e-002
	k_4	k_5	k_6	k_7
$M_2 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_2 = 2$	1.396464e-004	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000
$M_3 = 1$	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000	0.000000e+000

表 105 FFTE の予測結果, homo, ls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	$\hat{\tau}$	$(\tau - \hat{\tau})/\hat{\tau}$	$(\hat{\tau} - \hat{\tau})/\hat{\tau}$
2^{12}	0,0,8,1,8,1	-4.12e-002	2.50e-003	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	-114.480	5.884
2^{13}	0,0,8,1,8,1	-4.06e-002	1.68e-003	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	-55.811	1.262
2^{14}	0,0,8,1,8,1	-3.93e-002	2.09e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	-27.247	0.396
2^{15}	0,0,8,1,8,1	-3.67e-002	3.61e-003	8,1,0,0,0,0	2.91e-003	-13.591	0.240
2^{16}	0,0,8,1,8,1	-3.11e-002	6.23e-003	7,1,7,1,2,1	5.34e-003	-6.819	0.168
2^{17}	0,0,8,1,8,1	-1.90e-002	1.64e-002	7,1,5,1,4,1	1.09e-002	-2.751	0.506
2^{18}	8,1,8,1,0,0	3.87e-003	3.00e-002	8,2,8,2,0,0	2.05e-002	-0.811	0.462
2^{19}	8,1,8,1,0,0	5.15e-002	8.55e-002	8,2,7,2,2,1	4.75e-002	0.083	0.798
2^{20}	8,1,0,0,0,0	1.41e-001	1.30e-001	8,1,0,0,8,1	1.21e-001	0.169	0.082
2^{21}	0,0,2,2,0,0	-4.34e-001	1.34e+000	8,1,0,0,8,1	2.45e-001	-2.770	4.460
2^{22}	0,0,2,2,0,0	-4.21e+000	2.97e+000	8,1,0,0,8,1	4.93e-001	-9.542	5.030
2^{23}	0,0,4,2,0,0	-6.05e+000	4.98e+000	8,1,0,0,8,1	9.89e-001	-7.110	4.029

表 106 FFTE の予測結果 , homo , npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	8,1,0,0,0,0	5.18e-004	9.46e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.426	1.606
2 ¹³	8,1,0,0,0,0	1.05e-003	1.40e-003	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.412	0.888
2 ¹⁴	8,1,0,0,0,0	2.11e-003	1.84e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.410	0.229
2 ¹⁵	8,1,0,0,0,0	4.27e-003	2.91e-003	8,1,0,0,0,0	2.91e-003	0.467	0.000
2 ¹⁶	8,1,0,0,0,0	8.63e-003	6.51e-003	7,1,7,1,2,1	5.34e-003	0.616	0.220
2 ¹⁷	8,1,0,0,0,0	1.74e-002	2.05e-002	7,1,5,1,4,1	1.09e-002	0.603	0.886
2 ¹⁸	8,1,0,0,0,0	3.52e-002	2.92e-002	8,2,8,2,0,0	2.05e-002	0.717	0.424
2 ¹⁹	8,1,0,0,0,0	7.11e-002	6.55e-002	8,2,7,2,2,1	4.75e-002	0.495	0.378
2 ²⁰	8,1,0,0,0,0	1.44e-001	1.30e-001	8,1,0,0,8,1	1.21e-001	0.190	0.082
2 ²¹	8,1,0,0,0,0	2.90e-001	2.62e-001	8,1,0,0,8,1	2.45e-001	0.181	0.067
2 ²²	8,1,0,0,0,0	5.85e-001	5.34e-001	8,1,0,0,8,1	4.93e-001	0.188	0.083
2 ²³	8,1,0,0,0,0	1.18e+000	1.11e+000	8,1,0,0,8,1	9.89e-001	0.194	0.118

表 107 FFTE の予測結果 , hetero1 , npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	8,1,0,0,0,0	5.18e-004	9.46e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.426	1.606
2 ¹³	8,1,0,0,0,0	1.05e-003	1.40e-003	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.412	0.888
2 ¹⁴	8,1,0,0,0,0	2.11e-003	1.84e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.410	0.229
2 ¹⁵	8,1,0,0,0,0	4.27e-003	2.91e-003	8,1,0,0,0,0	2.91e-003	0.467	0.000
2 ¹⁶	8,1,0,0,0,0	8.63e-003	6.51e-003	7,1,7,1,2,1	5.34e-003	0.616	0.220
2 ¹⁷	8,1,0,0,0,0	1.74e-002	2.05e-002	7,1,5,1,4,1	1.09e-002	0.603	0.886
2 ¹⁸	8,1,0,0,0,0	3.52e-002	2.92e-002	8,2,8,2,0,0	2.05e-002	0.717	0.424
2 ¹⁹	8,1,0,0,0,0	7.11e-002	6.55e-002	8,2,7,2,2,1	4.75e-002	0.495	0.378
2 ²⁰	8,1,0,0,0,0	1.44e-001	1.30e-001	8,1,0,0,8,1	1.21e-001	0.190	0.082
2 ²¹	8,1,0,0,0,0	2.90e-001	2.62e-001	8,1,0,0,8,1	2.45e-001	0.181	0.067
2 ²²	8,1,0,0,0,0	5.85e-001	5.34e-001	8,1,0,0,8,1	4.93e-001	0.188	0.083
2 ²³	8,1,0,0,0,0	1.18e+000	1.11e+000	8,1,0,0,8,1	9.89e-001	0.194	0.118

表 108 FFTE の予測結果 , hetero4 , npls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	8,1,0,0,0,0	5.18e-004	9.46e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.426	1.606
2 ¹³	8,1,0,0,0,0	1.05e-003	1.40e-003	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.412	0.888
2 ¹⁴	8,1,0,0,0,0	2.11e-003	1.84e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.410	0.229
2 ¹⁵	8,1,0,0,0,0	4.27e-003	2.91e-003	8,1,0,0,0,0	2.91e-003	0.467	0.000
2 ¹⁶	8,1,0,0,0,0	8.63e-003	6.51e-003	7,1,7,1,2,1	5.34e-003	0.616	0.220
2 ¹⁷	8,1,0,0,0,0	1.74e-002	2.05e-002	7,1,5,1,4,1	1.09e-002	0.603	0.886
2 ¹⁸	8,1,0,0,0,0	3.52e-002	2.92e-002	8,2,8,2,0,0	2.05e-002	0.717	0.424
2 ¹⁹	8,1,0,0,0,0	7.11e-002	6.55e-002	8,2,7,2,2,1	4.75e-002	0.495	0.378
2 ²⁰	8,1,0,0,0,0	1.44e-001	1.30e-001	8,1,0,0,8,1	1.21e-001	0.190	0.082
2 ²¹	8,1,0,0,0,0	2.90e-001	2.62e-001	8,1,0,0,8,1	2.45e-001	0.181	0.067
2 ²²	8,1,0,0,0,0	5.85e-001	5.34e-001	8,1,0,0,8,1	4.93e-001	0.188	0.083
2 ²³	8,1,0,0,0,0	1.18e+000	1.11e+000	8,1,0,0,8,1	9.89e-001	0.194	0.118

表 109 FFTE の予測結果 , hetero7 , nnls

N	予測最良構成			実測最良構成			
	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	τ	$\hat{\tau}$	$P_1, M_1, P_2, M_2, P_3, M_3$	\hat{T}	$(\tau - \hat{T})/\hat{T}$	$(\hat{\tau} - \hat{T})/\hat{T}$
2 ¹²	8,1,0,0,0,0	5.18e-004	9.46e-004	1,1,0,0,0,0	3.63e-004	0.426	1.606
2 ¹³	8,1,0,0,0,0	1.05e-003	1.40e-003	1,1,0,0,0,0	7.41e-004	0.412	0.888
2 ¹⁴	8,1,0,0,0,0	2.11e-003	1.84e-003	1,1,0,0,0,0	1.50e-003	0.410	0.229
2 ¹⁵	8,1,0,0,0,0	4.27e-003	2.91e-003	8,1,0,0,0,0	2.91e-003	0.467	0.000
2 ¹⁶	8,1,0,0,0,0	8.63e-003	6.51e-003	7,1,7,1,2,1	5.34e-003	0.616	0.220
2 ¹⁷	8,1,0,0,0,0	1.74e-002	2.05e-002	7,1,5,1,4,1	1.09e-002	0.603	0.886
2 ¹⁸	8,1,0,0,0,0	3.52e-002	2.92e-002	8,2,8,2,0,0	2.05e-002	0.717	0.424
2 ¹⁹	8,1,0,0,0,0	7.11e-002	6.55e-002	8,2,7,2,2,1	4.75e-002	0.495	0.378
2 ²⁰	8,1,0,0,0,0	1.44e-001	1.30e-001	8,1,0,0,8,1	1.21e-001	0.190	0.082
2 ²¹	8,1,0,0,0,0	2.90e-001	2.62e-001	8,1,0,0,8,1	2.45e-001	0.181	0.067
2 ²²	8,1,0,0,0,0	5.85e-001	5.34e-001	8,1,0,0,8,1	4.93e-001	0.188	0.083
2 ²³	8,1,0,0,0,0	1.18e+000	1.11e+000	8,1,0,0,8,1	9.89e-001	0.194	0.118

表 110 FFTE の相関係数

N	homo ls	homo nnls	hetero1 nnls	hetero4 nnls	hetero7 nnls
2 ¹²	-0.593733089	-0.647662149	-0.656680689	-0.752582872	-0.645923718
2 ¹³	0.551502776	0.744100533	0.740375177	0.691637962	0.719619428
2 ¹⁴	0.650986943	0.937859131	0.939982095	0.964769536	0.941536608
2 ¹⁵	0.719222742	0.881540457	0.885490800	0.927280011	0.914546188
2 ¹⁶	0.902132343	0.653325612	0.890970223	0.919865319	0.871763676
2 ¹⁷	0.963054219	0.895032126	0.898029213	0.930212070	0.882211705
2 ¹⁸	0.915990919	0.746410168	0.755184871	0.801618127	0.885106543
2 ¹⁹	0.919434677	0.402307435	0.927701829	0.929899291	0.915447763
2 ²⁰	0.805498301	0.735829042	0.774559014	0.806028537	0.827619685
2 ²¹	0.194334662	0.618091936	0.609119071	0.634007244	0.613535931
2 ²²	-0.068044931	0.467984249	0.504706111	0.458742656	0.459853107
2 ²³	0.099355320	0.388529002	0.397905883	0.428475604	0.432740871